

Càtedra
Joan Sardà

Seminari de Finances de Barcelona



16

sèrie jornades científiques

Càtedra
Joan Sardà

Seminari de Finances de Barcelona *Curs 2001-2002*

Editors

Joan del Castillo
Universitat Autònoma de Barcelona

David Nualart
Universitat de Barcelona

Sumari

Pròleg

Andreu Mas-Colell	7
-----------------------------	---

Presentació

Joan del Castillo i David Nualar	9
--	---

Joan Sardà i Dexeus. Semblança biogràfica

Antoni Serra Ramoneda	11
---------------------------------	----

Distribucions amb cues pesades en dades financeres

Joan del Castillo	17
-----------------------------	----

Consideraciones econométricas para el análisis de la coyuntura económica

Antoni Espasa	35
-------------------------	----

Mesures de risc i anàlisi de sensibilitat

Arturo Kohatsu	59
--------------------------	----

Primas de riesgo y preferencias de los inversores

Jordi Caballé	77
-------------------------	----

La importancia de los indicadores económicos en los mercados financieros

Daniel Carrasco	97
---------------------------	----

Valoración de opciones que dependen de varios factores

Carlos Moreno	133
-------------------------	-----

ANNEX

Recent trends in fixed income markets

César Molinas 151

Financial risk and the role of mathematics: some recent developments beyond Black-Scholes

Hans Föllmer 167

TAULA RODONA: EMPRESA I UNIVERSITAT: PRESENT I FUTUR 169

Aprofitem el tercer cicle

Joan del Castillo 171

Les dificultats d'una relació estable

Manuel Castellet 173

Matemàtiques i empresa

David Nualart 175

És una satisfacció per a mi l'oportunitat de presentar el llibre que recull les aportacions al Seminari de Finances de Barcelona del curs 2001-2002, que giren al voltant de l'aplicació de les tècniques matemàtiques modernes al món de les finances. Si fa uns vint-i-cinc anys ens haguessin preguntat sobre el tema ens hauríem referit a les tradicionals matemàtiques financeres, un conjunt de tècniques d'utilitat pràctica per la computació de valors actuals, de valors actuuarials, etc., però no haguéssim anat més enllà. Certament no haguéssim sospitat que aviat s'obriria pas una autèntica revolució teòrica i metodològica que aportaria, en el món de les finances, matemàtiques molt avançades, tant de pures com d'aplicades (en mecànica de fluids o altres aplicacions a la física). La paraula «martingala» no tenia altre sentit que el que té en el llenguatge col·loquial. No ens havia arribat encara el concepte tècnic que matemàtics francesos van batejar amb el nom comú.

Podríem afegir al sentiment de sorpresa el fet que no només aquestes matemàtiques avançades han tingut un gran impacte en l'anàlisi de les finances, sinó també que han tingut una influència molt considerable en la realitat d'aquestes finances. Per exemple, han estat a l'origen de la confecció i comercialització de nous instruments financers (les famoses opcions en serien un cas concret notable) i també han guiat el desenvolupament d'estratègies d'acció financera en els mercats de capitals que en molts casos han acabat dominant la dinàmica d'aquests mercats. Les noves metodologies han recolzat, doncs, decisivament l'enorme expansió dels mercats financers de les darreres dècades. Convé remarcar que pel que fa a les postures envers el risc, les noves tècniques són, per dir-ho així, neutrals. Si un inversor es vol arriscar li ensenyen com fer-ho. Si un inversor es vol protegir també li serà indispensable recórrer als nous productes que han sorgit d'aquest entorn caracteritzat per la prevalència de les tècniques matemàtiques avançades.

Ja fa temps que els nostres investigadors, en molts casos matemàtics d'origen, en d'altres físics, en d'altres economistes, s'han familiaritzat i s'han constituït en estudiosos exigents i contribuents notables a les noves disciplines financeres, des de les fronteres més teòriques fins a àrees més aplicades. Això, evidentment, ha succeït en un entorn d'internacionalització, de con-

tactes amb les comunitats científiques d'altres països, que marca els camins de futur per a la nostra ciència.

El llibre que tenen entre les mans és un exemple d'aquesta realitat i d'aquest potencial. En nom del Govern de Catalunya vull donar les gràcies a tots els qui han contribuït a fer-lo possible. Més personalment, vull dir que és un goig trobar-se sovint referències catalanes a la bibliografia internacional sobre aquests temes. Repeteixo: gràcies i endavant.

Presentació

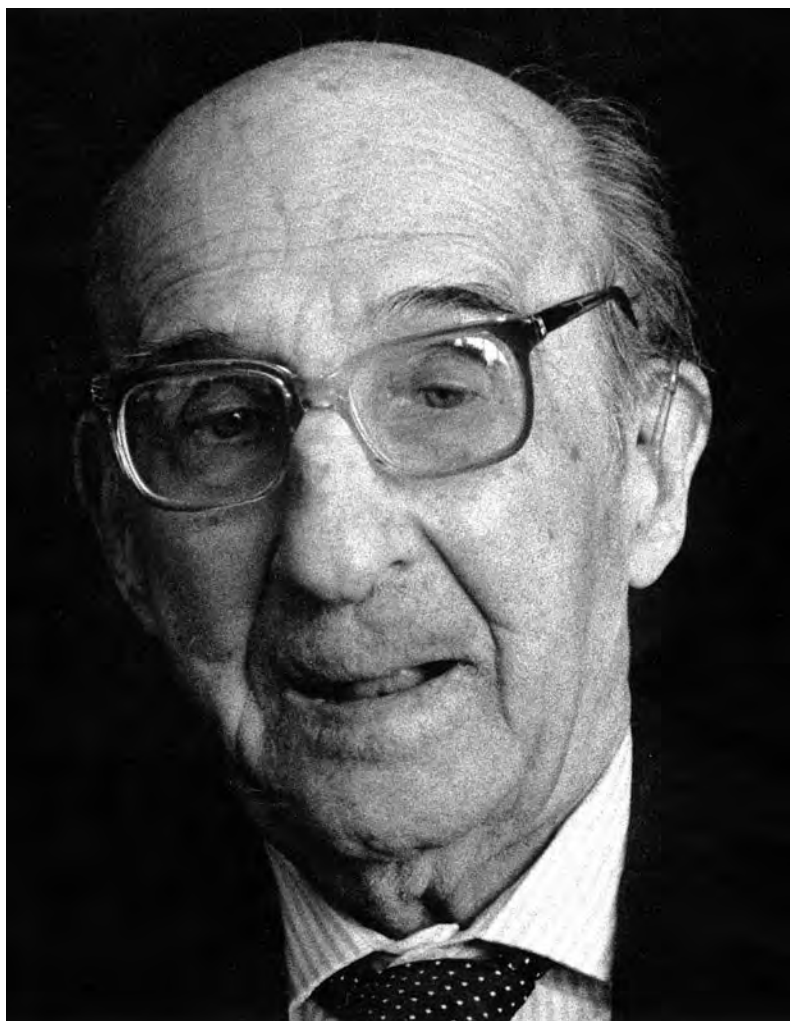
Joan del Castillo
David Nualart
Directors de la Càtedra

La Càtedra Joan Sardà neix amb l'objectiu de ser quelcom més que un seminari: volem establir a Barcelona una relació sòlida entre la recerca de qualitat i les aplicacions que avui necessiten algunes de les empreses capdavanteres del país. Ho volem fer en un tema actual i clarament interdisciplinari, que requereix la col·laboració de gent diversa.

El caràcter del Seminari de Finances de Barcelona ha de ser el d'un fòrum de debat entre professionals i acadèmics, tant matemàtics com economistes o enginyers. Ens adrecem a un públic ampli que inclogui els investigadors i els professionals, però també els joves estudiants. Volem fomentar un mercat d'intercanvi d'idees i un punt de trobada per a tots els interessats en aquest tema apassionant que són les finances.

Ens agradaria que el Seminari ajudés a desenvolupar a Barcelona el teixit teoricopràctic que permet donar resposta als nous plantejaments que contínuament es produeixen, ja sigui a partir d'un nou resultat teòric o empíric com per una variació legislativa. A Catalunya tenim empreses líders del sector amb problemes propis que requereixen solucions fetes a mida. Volem així, amb la difusió del coneixement, contribuir a l'impuls i a la creació d'empreses de serveis.

Anualment la Càtedra Joan Sardà publicarà el conjunt de les conferències d'aquest Seminari de Finances. Esperem contribuir, modestament, a fer de Barcelona una plaça financera d'acord amb la seva importància econòmica.



Joan Sardà i Dexeus
(Arxiu: *La Vanguardia*)

Antoni Serra Ramoneda
Institut d'Estudis Catalans

La figura de Joan Sardà i Dexeus té una singularitat que la distingeix. És el fet de ser reconegut com un economista rellevant —probablement el de més influència en el pensament econòmic espanyol del segle xx— pels cercles acadèmics i pels estudiosos de la teoria econòmica —i especialment la monetària—, i alhora ser considerat la clau de volta del potent creixement que va experimentar l'economia espanyola a partir dels anys seixanta, un creixement que ha fet finalment possible la nostra incorporació a la Unió Monetària Europea. I aquest lloc tan destacat dintre de la teoria i la política econòmiques espanyoles l'assolí malgrat els nombrosos obstacles i les grans dificultats que se li oposaren.

Nascut a Barcelona el 1910, i fill d'un advocat mort prematurament, entrà a la Facultat de Dret tot i que els seus interessos s'inclinaven per l'economia, disciplina que només ocupava un lloc marginal dintre del pla d'estudis del centre. El 1929, essent encara estudiant, ja publica a la revista *Opinió* uns articles amb els títols «Socialisme o capitalisme?» i «Del marxisme al bolxevisme» que demostren la seva inclinació, segurament reforçada pels contactes que manté amb els pocs afeccionats a l'economia que en aquells temps hi havia al nostre país, com Vandellòs, Tallada o Raventós. Conscient de la feble formació acadèmica rebuda, un cop llicenciat, se'n va a estudiar ciència de l'estat a Munic. Aquesta estada en una universitat on imperava l'escola historicista alemanya li deixà una empremta que reapareix a bona part de la seva obra posterior i molt especialment en el llibre *La política monetaria y las fluctuaciones de la economía española en el siglo XIX*, publicat el 1948, que ha esdevingut de lectura indispensable per a qui vulgui endinsar-se en la història econòmica recent. Un quant temps després, l'Escola d'Economia de Londres atreu el jove Sardà. Eren anys, concretament el 1932, que podrien qualificar-se de pre-keynesians, car, si bé encara no havia aparegut la intel·lectualment revolucionària *Teoria general* de Keynes, en els ambients acadèmics ja es qüestionava el pensament fins llavors ortodox per la seva incapacitat de resoldre la greu crisi que coneixia el món occidental. Aquest contacte amb la important escola britànica també marcà de manera acusada la seva trajectòria poste-

1. Conferència pronunciada davant el Ple per Antoni Serra i Ramoneda el dia 2 d'abril de 2001.

rior. El seu interès pels temes monetaris i financers el portà a escriure tractats i articles, però també a ocupar càrrecs importants als bancs centrals de Veneçuela i d'Espanya, respectivament. I és més: el contacte que permanentment mantingué amb les obres dels economistes britànics el féu introductor del pensament keynesià a l'Estat espanyol.

No crec pas que sigui ara el moment de descriure minuciosament l'obra escrita del professor Sardà. Només cal recordar alguns títols que en palesen les preocupacions intel·lectuals i científiques, com, per exemple, el llibre que va escriure amb el professor Lluç Beltran titulat *La banca a Catalunya*. Les raons de la manca, al nostre país, d'una banca potent, en consonància amb el pes de la seva economia real, i les causes de les fallides de les entitats creades varen ser una preocupació constant de Sardà i al llarg de la seva vida va ser protagonista d'alguns dels intents de superar aquesta feblesa: la compra de la fitxa del Banc de Cervera, quan en plena postguerra imperava l'*statu quo* bancari, o la creació del Banc Industrial de Catalunya després de la seva ruptura demostren la seva voluntat de contribuir a posar punt final a la situació. O bé la seva *Introducció a l'economia*, un magnífic llibre de text emprat en les seves classes, tant a les nostres latituds com a la Facultat de la Universitat de Caracas, on exercí de docent. El que sí que m'interessa destacar és que, malgrat que els economistes monetaristes, potser per l'exemple de Milton Friedman i l'escola de Chicago, tenen tendència a ser conservadors —Josep Pla admirava molt Sardà, car per l'escriptor l'economia es reduïa a la moneda i aquesta era per ell la base de la moral—, Joan Sardà va ser un liberal que, tot i creure en l'eficàcia del mercat com a mecanisme per a l'assignació dels recursos, considerava transcendental el paper de l'Estat per a corregir-ne les imperfeccions i reglamentar curosament el marc en què s'ha de moure. I sostenia que aquestes funcions reposaven només parcialment en la política monetària. La seva participació, tot i ser molt jove, en la preparació del que és conegut com a «Decrets de s'Agaró» és una prova d'aquesta posició.

Malauradament, la Universitat només pogué aprofitar molt parcialment els coneixements i la saviesa de Sardà. Aquesta era la seva autèntica vocació: el 1933 va guanyar un concurs, davant d'un tribunal integrat pels professors Algarra, Raventós, Vandellòs i Tallada, que el va fer professor adjunt del Grup de Ciències Econòmiques i Socials d'aquella fugissera Universitat Autònoma. La Guerra dels Tres Anys —Vicens Vives *dixit*— estroncà el seu projecte i el de la institució. S'enrolà, o fou cridat, a l'exèrcit republicà. Al Maestrat aragonès la seva feina consistí a interpretar i escriure els comunicats que la seva unitat rebia i enviava, car els oficials eren més homes d'acció que no pas lletraferits. Com tants d'altres, fugí a França, i al seu retorn va ser objecte de depuració després d'una breu estada en un camp de concentració. La fitxa, però, en feia constar els antecedents republicans i catalanistes, i els seus efectes perduraren. Quan es presentà a una oposició a Càtedra, que en aquelles èpoques només podia tenir lloc a Madrid, aquests antecedents pesaren i el resultat fou negatiu. I és probable que els qui el jutjaren, com ell mateix explicava, no entenguessin la seva terminologia ni els seus raonaments, car encara no havien sentit parlar de Keynes ni de la nova orientació, també terminològica, que havia donat a l'economia. Per guanyar-se la vida en aquells anys tan durs va fer d'advocat sense abandonar,

però, la seva vocació universitària. Així és que, uns quants anys més tard, tornà a provar sort: aquest cop, amb reticències, el tribunal el féu catedràtic d'Economia Política i Hisenda Pública de la Facultat de Dret de la Universitat de Santiago de Compostel·la. S'hi incorporà amb una il·lusió que els fets s'encarregaren d'evair ràpidament. Com ell mateix em va explicar, Santiago era en aquells temps una ciutat molt levítica. Els catedràtics solters —i Joan Sardà ho era— havien de viure en una residència de religioses per tal d'evitar qualsevol sospita o temptació. Hi coincidí amb un altre català —aquest, solter per vocació, no pas per accident— com Laureà López Rodó; però aquest aixopluc poc encisador, el caràcter marginal, de «maria» podríem dir-ne, de l'economia a la Facultat de Dret, l'interès nul dels alumnes i l'absència de llibres —i la impossibilitat de comprar-ne— a la biblioteca el varen portar a acceptar l'oferta que el seu amic d'estudis, Pere Grases, exiliat a Veneçuela i molt ben relacionat amb les seves classes dirigents, li va fer d'incorporar-se al banc central d'aquell país com a cap del seu Servei d'Estudis i, alhora, de passar a donar classes a la Universitat de Caracas.

Com explica Joan Sardà a l'entrevista publicada a la *Revista Econòmica de Catalunya*, «en aquell temps, Veneçuela feia feredat, de rica que era. Els diners entraven a cabassos i el país no sabia què fer de tant d'or com acumulava... El Fons Monetari Internacional volia que Veneçuela passés a la plena convertibilitat, però el govern s'hi resistia i seguia aferrat al règim dels canvis diferencials: teníem el dòlar del petroli, el dòlar del cafè, el del cacau». En poc temps, Sardà va dissenyar una política de canvi exterior i els elements d'una disciplina monetària i financera rigorosa que varen merèixer el reconeixement dels experts internacionals amb qui s'havia relacionat. El seu prestigi va ultrapassar les fronteres i a Washington, seu del Fons Monetari Internacional i del Banc Mundial, el seu nom fou reconegut i acceptat. Malgrat trobar-s'hi molt bé, amics seus el van convèncer de presentar-se a una oposició, a Madrid naturalment, on es jugava, entre altres, la Càtedra d'Economia Política de la Universitat de Barcelona. Va fer cas, amb escepticisme, dels cants de sirena. Per diverses raons, el resultat fou la Càtedra de la Universitat de Múrcia. La situació ja viscuda a Santiago es tornava a repetir, i va renunciar immediatament a la plaça guanyada per retornar a Caracas, al seu despatx al banc central de Veneçuela, on feia tan bona tasca.

I sobtadament li arribà la proposta d'incorporar-se al Banc d'Espanya com a director del seu Servei d'Estudis. Sembla que la gestació de la proposta hagué de superar molts obstacles. En el Consell de Ministres que havia de prendre la decisió se sentiren veus en contra: no podien oblidar els antecedents de la seva fitxa i la fama de catalanista i republicà que hom li adjudicava. Incorporat al càrrec, engegà una tasca els efectes de la qual encara perduren avui: organitzar tot l'aparell estadístic encaminat a tenir una informació acurada i constant de les magnituds financeres i, especialment, de l'evolució de l'oferta monetària. Sense una imatge fidel de la situació no es pot definir una política monetària eficient, condició de la qual sens dubte ha gaudit la nostra economia d'ençà d'aquella data. Al mateix temps, convertí la *Memòria* anual del Banc d'Espanya en el document imprescindible per a conèixer la situació econòmica espanyola i la seva posició dins del panorama internacional. La seva qualitat fou equiparable a la de les memòries

dels bancs centrals de països amb molta més tradició d'estudis econòmics i amb dades estadístiques més consistents i perfeccionades.

Era a prop el moment de la veritat —segons l'expressió de la tauromàquia. La política d'autarquia econòmica adoptada, primer voluntàriament i després de manera forçada, per la cúpula franquista estava a les acaballes. Les reserves de divises necessàries per a les importacions de matèries primeres i energètiques estaven sota zero, la inflació feia estralls, els tipus de canvi múltiples de la pesseta conduïen al desordre i a la corrupció. El Govern d'aleshores estava dividit. Els de camisa blava, els de la vella guàrdia, empenyien la resistència sense sospesar els sacrificis que aquesta estratègia inevitablement imposaria a la població. Els ministres tecnòcrates eren més partidaris d'un canvi, tot i no tenir-lo ni definit ni precisat, que, sense posar en perill la continuïtat política del règim, significués una obertura de portes i un acostament als models organitzatius imperants al nostre entorn, al món occidental. Comprendien que l'ajut del Fons Monetari Internacional era imprescindible, i això significava haver d'acceptar unes condicions determinades, com ara l'adopció de mesures liberalitzadores i racionalitzadores que comportaven inevitablement canvis en la distribució del poder.

Les relacions establertes amb els experts del Fons Monetari Internacional i del Banc Mundial i el prestigi derivat de l'èxit de les mesures per ell implantades al Banc d'Espanya situaren Sardà en una posició clau. I, amb la benedicció dels seus col·legues estrangers i l'ajut d'alguns joves tècnics espanyols, com Varela Parache o José Luis Sampedro, dissenyà un ambiciós pla reformista que anava molt més enllà del que volien els ministres proclius a un canvi només cosmètic. El general Franco es resistia a cedir i reconèixer explícitament el fracàs del seu model econòmic, però finalment el ministre d'Hisenda, Mariano Navarro Rubio, sense tenir consciència de l'abast del que proposava, va convèncer el dictador que la situació podria esdevenir insostenible si no s'introduïen les mesures que formaven l'anomenat Pla d'Estabilització —que ens donaven accés al crèdit del Fons Monetari Internacional— i si les condicions meteorològiques glaçaven les taronges de la pròxima collita.

El Pla fou un èxit i tothom assenyalà Joan Sardà com a l'artífex. Un canvi únic de la pesseta —seixanta per un dòlar—, una contenció rigorosa de l'oferta monetària, l'obertura de les fronteres als intercanvis internacionals, l'eliminació de traves i controls —en resum, més confiança en el mercat—, produïren un efecte tan espectacular i immediat que el Fons Monetari Internacional, en la seva reunió anual, felicità públicament la delegació espanyola, que incloïa, naturalment, qui n'era el cervell. El Pla d'Estabilització assentà les bases que feren possible l'arrencada de l'economia espanyola i ficà dins l'armari els vells mites i somnis autàrquics franquistes. L'operació, però, tenia un abast polític que no s'assolí. Sardà i els seus col·laboradors creien que aquesta profunda reforma econòmica comportaria el final del franquisme i obriria les portes a la democràcia. No comptaven, però, amb l'astúcia del dictador. El mateix Sardà ho reconeix en unes declaracions en què, textualment, diu: «El règim de Franco, però, va tornar a les seves així que va poder. Va ser l'hora de López Rodó: plans sectorials, subvencions, discriminacions, punyetes.» Tanmateix, aquesta volta enrere no arribà a anul·lar els efectes beneficiosos d'un Pla

d'Estabilització que modernitzà unes estructures caduques i casposes i que s'inscriu, sense discussió, com una peça cabdal dintre del currículum de Joan Sardà i Dexeus.

Un moment crucial de la seva trajectòria s'acomplí quan el qui llavors era ministre d'Hisenda, Mariano Navarro Rubio, s'entestà a nomenar-lo director general de Banca i Borsa, càrrec que en aquells temps comportava un gran poder sobre els centres neuràlgics bancaris i financers de tot l'Estat, atès el prestigi de què gaudia dintre i fora de les fronteres. Joan Sardà tenia aleshores més de cinquanta anys. Era la seva darrera oportunitat de fer carrera política. Després de moltes negatives a l'assetjament del ministre, aquest, recelós, li va fer la pregunta cabdal: «¿Don Juan», aquest era el tractament que empraven en les seves converses, «es que no tiene confianza en mí?». Sardà li va respondre: «Don Mariano, en usted tengo toda la confianza. Lo que ocurre es que me pide que me suba a un tren en el que usted manda en un solo vagón y yo en quien no confío es en el maquinista.»

De tornada a Barcelona, sense haver trencat, però, tots els lligams amb el Banc d'Espanya, car hi romangué com a assessor i vocal de la Comissió Executiva, repregué alguns dels seus projectes vitals tot i que amb una salut i un entusiasme afeblits. Es dedicà a escriure llibres com ara *La crisi monetària internacional*, a redactar informes a organismes internacionals com l'Organització per a la Cooperació i el Desenvolupament Econòmic i a prendre part en alguns projectes que sempre l'havien neguitejat. Així, tot just promulgada la nova Llei d'ordenació de la banca, que trencava, certament de manera tímida, l'*statu quo* bancari, va engrescar un seguit de personalitats a crear el Banc Industrial de Catalunya, un nou intent de lluitar contra l'escassetat d'institucions financeres al nostre país. La seva idea era crear un autèntic banc de negocis, més que no pas una entitat dedicada a la intermediació directa, per tal d'impulsar la creació d'empreses que enfortissin la nostra base econòmica. Les condicions de l'entorn i les estratègies impulsades pels altres participants en el projecte n'impediren la realització. I, finalment, les circumstàncies feren possible que, amb unes forces ja minvades i amb una hipotensió que li provocava força pessimisme, acceptés d'encapçalar la creació de la Facultat de Ciències Econòmiques de la nova Universitat Autònoma de Barcelona. El cercle es tancava: les seves primeres intencions i els seus primers somnis es feien realitat, molts anys després, amb moltes ferides i nafres, però amb la consciència d'haver donat a la seva vida un sentit i una consistència que, avui, són motiu de reconeixement de tots els economistes catalans, que hi veuen el mestre que cal seguir.

Els amants de la navegació afirmen que la raça d'un veler es palesa quan el vent bufa amb la trajectòria oposada al seu rumb. El vent de popa permet avançar més, però no pas distingir prou bé entre els qui l'aprofiten. Joan Sardà tingué sempre el vent en contra i, malgrat tot, va demostrar plenament les seves condicions intel·lectuals i ciutadanes —la seva honestedat— que l'han dut a ocupar un lloc cabdal en la nostra història recent.

Resum

En aquest treball proposem un nou enfocament metodològic per a estudiar el pes de les cues de la distribució marginal d'un procés de preus. El nostre enfocament es basa a considerar, en primer lloc, la simetria d'aquesta distribució; en segon lloc, la utilització del coeficient de variació per a mesurar el pes de les cues; i en tercer lloc, un gràfic de la raó d'atzar. La conclusió final és que les dades financeres s'ajusten bé a un model amb cues semipesades.

1. Introducció

El model bàsic per estudiar l'evolució dels mercats financers és avui el model anomenat de Black i Scholes, després del seu destacat treball sobre valoració de derivats de 1973 (tot i que en realitat el model era utilitzat per Samuelson el 1965). És ben conegut que aquest model és només una primera aproximació a la realitat i, per tant, en presenta diferents desviacions. El model suposa que els logaritmes dels preus d'un actiu financer segueixen un passeig aleatori, és a dir, les diferències dels logaritmes, o rendibilitats contínues, són una successió de variables normals, independents, idènticament distribuïdes.

El model de Black i Scholes és prou aproximat per estudiar dades dia a dia d'un actiu de renda variable, s'utilitza també en models de tipus de canvi i ja presenta serioses dificultats per a models de renda fixa. Hi ha estudis econòmics al voltant de les tres hipòtesis bàsiques del model: normalitat, increments estacionaris i increments independents. Recordem també que el model inclou la hipòtesi d'eficiència, que ha estat àmpliament debatuda i contrastada. Per a estudis econòmics sobre dades dia a dia vegeu Taylor (1986) o Campbell, Lo i MacKinlay (1997).

Nosaltres ens centrarem en les desviacions de la normalitat i més concretament en el fet empíric que hom observa més valors extrems, més valors petits i menys valors moderats dels que caldria esperar d'una distribució normal. Aquest fet, que és observable en dades dia a dia, aug-

menta progressivament en estudiar intervals de temps menors, que avui arriba fins a les dades *tic-a-tic*. Un extens treball sobre dades intradia és de Guillaume *et al.* (1997). En el seu treball afirmen que les cues tenen un decreixement polinomial amb $\alpha \approx 3,5$, la qual cosa implica la no-existència de moments de quart ordre. Aquest fet està també recollit a Shiryaev (2000).

La mesura més habitual, en dades financeres, per estudiar del pes de les cues és la curtosi, basada en el moment d'ordre quatre. Duffie i Pan (1997) discuteixen la variació de la curtosi segons l'horitzó temporal i el model que hom suposa. En models de tipus de canvi, en dades observades cada 30 minuts, s'observen curtosis entre 20 i 60 (Müller *et al.*, 1998). Hull i White (1998) estudien el *VaR* (*value at risk*) en dades diàries de canvi de moneda, on el pes de les cues és superior al cas de la normal, observant curtosis moderades (al voltant de 4) i proposen com a model alternatiu la mixtura de distribucions normals.

La metodologia *VaR*, basada en la hipòtesi de normalitat, s'interessa per probabilitats a l'interval 1 % a 5 %. Podem dir que en finances interessen els valors extrems, però no molt extrems o catastròfics. No hi ha, doncs, problemes amb dades setmanals, en canvi, si progressivament estudiem intervals més petits, diaris o dades intradia, és quan apareixen les cues pesades.

Les dades que hem escollit per il·lustrar aquest treball són el futur sobre l'Ibex 35, l'índex de la borsa espanyola. Les dades es prenen cada 5 minuts al llarg de tot un mes. Hi observem una curtosi de 39,7.

2. El problema de les cues

Quan parlem de distribucions amb cues pesades, probablement, pensem que no es compleixen les previsions que permet fer la hipòtesi de normalitat. Per exemple, pot fallar la previsió que una desviació de la mitjana superior a 1,65 vegades la distribució estàndard només es produeix un 95 % de vegades. No obstant això, el problema de les cues pesades en finances ha estat enfocat de diverses maneres, depenent de les hipòtesis, dels objectius o de les simplificacions que hom assumeixi.

Un dels enfocaments àmpliament estudiat parteix de les hipòtesis d'increments independents i estacionaris, sense suposar normalitat o continuïtat de les trajectòries. Aquest punt de vista dona lloc a l'estudi dels processos de Lévy, en què les distribucions marginals considerades han de ser infinitament divisibles. Com a exemples podem citar els models de variància Gamma, de Madan i Seneta (1990), i la distribució Normal Inversa Gaussiana (NIG), de Barndorff-Nielsen (1998).

Un altre enfocament parteix del fet que la volatilitat no és constant. Així, les distribucions marginals dels preus apreixeran com a mixtures de distribucions. En aquest punt, podem citar la utilització de les distribucions hiperbòliques d'Eberlein i Keller (1995) i el treball de Barndorff-Nielsen i Shephard (2001).

Un tercer enfocament trasllada al camp financer el punt de vista de les assegurances, on el problema de les cues és a cops més seriós i cal prendre precaucions extremes. Així es recupera

el punt de vista del teorema de Fisher-Tippett, sobre la distribució del màxim i, especialment, les caracteritzacions de Von Mises dels seus dominis d'atracció. Aquest punt de vista està perfectament detallat a Embrechts, Klüppelberg i Mikosch (1997).

A diferència dels anteriors, el nostre punt de vista segueix, en certa mesura, el de Hull i White (1998). Creiem com ells que per estudiar el *VaR* es pot buscar un model senzill, sense pensar en la dinàmica del procés. No obstant això, no ens basem en la mixtura de normals, sinó que plantejem models alternatius basats en la distribució de Pareto i la distribució Normal truncada.

Per tal de precisar els conceptes introduïrem un cert vocabulari. Sigui x una variable aleatòria contínua amb densitat $f(x)$ i funció de distribució $F(x)$. Denotarem la funció de supervivència per $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$.

Habitualment estarem interessats a determinar un valor v que només sigui superat per x en una probabilitat determinada, p , com ara 95 %. És a dir $\bar{F}(v) = p$. Quan parlem del pes de la cua dreta d'una distribució, volem dir que ens interessa conèixer com varia $\bar{F}(v)$, per a valors *grans* de v . Alternativament el pes de la cua esquerra correspon al comportament de $F(v)$ quan v és petit. Al llarg d'aquest treball ens situarem en el primer cas, el segon es redueix al primer canviant el signe del fenomen en estudi.

2.1. Desigualtat de Txeixev i moments

Estem acostumats a la interpretació de la desviació típica, o de la variància, que se segueix de la utilització de la distribució normal. No obstant això, en un context més ampli, hem de començar amb la interpretació que se segueix de la desigualtat de Txeixev. Aquesta ens diu que, si suposem que x és una variable aleatòria positiva amb esperança finita, per a tota constant positiva, v , tenim

$$\Pr \{x > v\} \leq \frac{E[x]}{v}. \quad (1)$$

Habitualment aquest resultat s'aplica en una variable aleatòria qualsevol amb variància, $V[x] = \sigma^2$, finita. Aplicant (1) a $|x - \mu|$, amb $E[x] = \mu$, tenim la desigualtat clàssica

$$\Pr \{|x - \mu| > v\} \leq \frac{\sigma^2}{v^2}.$$

Aquests resultats ens diuen com decreix *el pes de les cues*. En el primer cas, com a molt el pes de la cua decreix com la funció v^{-1} . En el segon cas, el decreixement és com v^{-2} .

L'existència de moments d'ordre superior ens dóna més control sobre aquest decreixement. De forma anàloga, si el moment centrat (o no centrat) d'ordre k , $\mu_{c,k}$, és finit

$$\Pr \{ |x - \mu| > v \} \leq \frac{\mu C_k}{v^k}. \quad (2)$$

Veiem així que el decreixement de la cua és com v^{-k} , si existeix el moment d'ordre k .

Podem fer un pas més suposant que x té funció generatriu de moments, és a dir, $M(t) = E[e^{tx}]$ és finita. Suposarem per simplificar que $x > 0$, aleshores

$$\Pr \{ x > v \} = \Pr \{ e^{tx} > e^{tv} \} \leq M(t) e^{-tv} \quad (3)$$

Veiem que en aquest cas el decreixement de la funció de supervivència és exponencial. Aquest és el comportament típic de la distribució exponencial en què $\bar{F}(x) = e^{-x/\mu}$, on μ és el seu valor esperat.

2.2. Classificació segons el pes de les cues

El model bàsic que constitueix la distribució normal direm que és un model amb *cues lleugeres*. Realment el decreixement de les cues en la distribució normal és encara més ràpid que l'observat a (3), donat que en aquest cas fins i tot x^2 té funció generatriu de moments. Estendrem el nom de cues lleugeres en aquells models amb un decreixement similar o més ràpid que el de la distribució normal.

Anomenarem models amb cues *semipesades* els que tenen un comportament com a (3). Entre aquests models cal destacar, a més de la distribució exponencial, els models NIG de Barndorff-Nielsen (1998) i el models hiperbòlics d'Eberlein i Keller (1995) utilitzats per modelar dades financeres.

Els models amb un decreixement polinomial de les cues, similars a (2), els anomenarem models de *cues pesades*. El cas més característic d'aquests models de cues pesades és la distribució de Pareto, que estudiarem en l'apartat 6. Altres distribucions que es troben en aquest grup són les distribucions *estables*, àmpliament tractades en finances des de Mandelbrot (1965) i les distribucions de *variació regular*, vegeu Embrechts, Klüppelberg i Mikosch (1997).

Aquesta classificació no és exhaustiva. Per exemple, la distribució Lognormal té moments de tots els ordres, però no funció generatriu; es troba, doncs, entre les de cues pesades i les semipesades. Podríem solucionar el problema ampliant la definició, anomenant distribució amb cues pesades aquella que no té funció generatriu de moments. No és necessari, però, anar més enllà i amb els tres models definits ja en tindrem prou.

Cal tenir més compte en altres situacions. Per exemple, una distribució de Pareto truncada, diguem a $[0, 10^6]$, a efectes pràctics no la distingirem d'una Pareto sense truncar, tot i que una és una distribució amb cues pesades i l'altra no. Un altre cas delicat el dona la mixtura de normals que presenta els problemes de les cues pesades essent un model de cues lleugeres com la normal, vegeu Hull i White (1998). En realitat es tracta d'aclarir quines probabilitats estem dis-

posats a negligir, o quin rang de valors de $\tilde{F}(x)$ ens interessa realment. Diferents problemes donaran lloc a diferents respostes. En assegurances interessen els valors molt extrems, els valors catastròfics, que tot i ser molt improbables donen lloc a pèrdues molt elevades que no es poden menystenir. Quan calculem el VaR, no estem interessats en valors realment extrems, sinó que ens movem en el rang de l'1 % al 5 %, aproximadament.

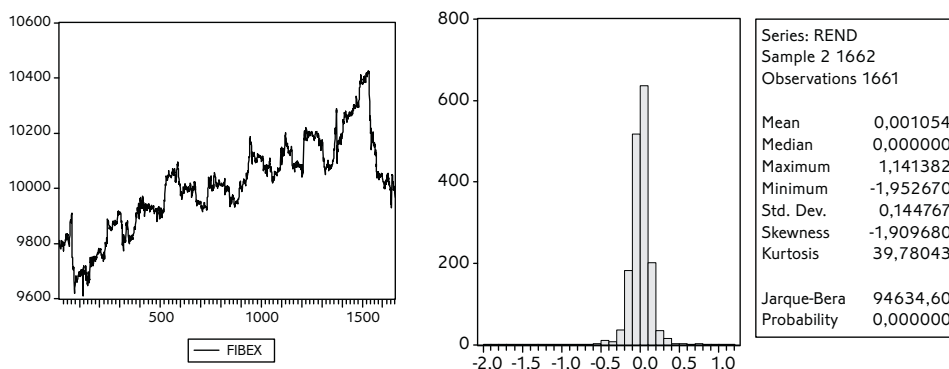
3. Normalitat, truncament i simetria

Per tal d'il·lustrar el nostre punt de vista utilitzarem l'evolució del futur de l'Ibex 35, a intervals de 5 minuts, al llarg de tot un mes (del 19/04/99 al 18/05/99). Les dades de futurs són el resultat d'operacions dutes a terme habitualment només per professionals.

Les observacions que estudiarem formen una mostra $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ de rendibilitats contínues, expressades en tant per cent, obtinguda de les cotitzacions P_t , d'acord amb el model de Black i Scholes, segons

$$x_t = 100 * \ln \left[\frac{P_t}{P_{t-1}} \right].$$

En total disposem de $n = 1661$ rendibilitats. Els preus inicials i finals són $P_1 = 9794$ i $P_{1662} = 9967$, la variació mensual ha estat doncs de 173 punts. Un histograma de la mostra presenta una elevada concentració al voltant de zero i una apreciable simetria. La curtosi és elevada (39,7) i un test de bondat d'ajust rebutja la hipòtesi de normalitat, tant el test χ^2_n com el de Jarque-Bera.



Els valors de les rendibilitats oscil·len entre $\pm 0,2$ % i només un 3,5 % dels valors que s'escapen a aquests límits. En un sol interval de temps s'han observat variacions comparables a la variació mensual. En 90 ocasions el preu no canvia.

La mitjana ($\bar{x} = 0,001054$) és poc informativa, representa només la variació mensual a través de

$$\bar{x} = \frac{100}{n} \ln \left[\frac{P_{n+1}}{P_1} \right].$$

Resulta més interessant, per conèixer el comportament dels operadors, estudiar la distribució dels valors absoluts de les observacions, o millor encara, la distribució de les pujades d'una banda, i la distribució de les baixades de l'altra. Així la mitjana de les pujades s'interpreta com a la rendibilitat que cal oferir al comprador per realitzar una venda de futur en un període de 5 minuts.

Les rendibilitats molts cops presenten distribucions força simètriques. En el cas present, aquest fet s'observa amb l'histograma i el valor petit del coeficient de biaix. No obstant això, diferents idees econòmiques suggereixen fer la distinció entre les dues cues de les distribucions. D'una banda, tenim el diferent comportament del mercat en períodes alcistes o baixistes, es puja més poc a poc que no pas es baixa. En l'estudi dels riscos de mercat preocupen les baixades i no els guanys excessius. El càlcul del VaR presenta una asimetria, ja que aquest representa el 5-percentil esquerre. En el risc de crèdit la asimetria és ja manifesta.

Donada una variable x , amb densitat $f(x)$, definim x_+ com al seu truncament positiu. Aleshores x_+ és una variable positiva amb densitat $f_+(x) = 2f(x)$, per a $x > 0$. Denotarem l'esperança per $\mu_+ = E[x_+]$ i la variància per $\sigma_+^2 = V[x_+]$. Per estudiar els valors negatius de x , considerarem $x_- = (-x)_+$, i així ens reduïm a estudiar variables positives. Naturalment sota la hipòtesi de simetria les distribucions de x_+ i de x_- coincideixen.

Des del punt de vista estadístic hom pot contrastar la simetria amb diferents testos, per exemple amb un test del tipus Kolmogorov-Smirnov. En qualsevol cas, veurem que estudiant les dues cues per separat hom té més informació que una suposada simetria. Suposem ara que x és una variable aleatòria amb densitat $f(x)$ simètrica, és a dir, $f(x) = f(-x)$. La primera conseqüència de la simetria és $E[x] = 0$ i, aleshores, $V[x] = E[x^2] = \sigma^2$, si suposem l'existència dels primers moments.

Proposició 1. *Per a una variable aleatòria simètrica, x , es compleixen les relacions:*

1. $E[|x|] = E[x_+] = E[x_-] = \mu_+.$
2. $V[x] = E[x^2] = E[x_+^2] = E[x_-^2] = \sigma^2 = \mu_+^2 + \sigma_+^2$

Prova. $E[|x|] = \int_{-\infty}^{\infty} |x| f(x) dx = 2 \int_0^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{\infty} x f_+(x) dx = \mu_+.$
 $V[x] = E[x^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = 2 \int_0^{\infty} x^2 f(x) dx = E[x_+^2] = \mu_+^2 + \sigma_+^2$

La proposició anterior ens porta a fer algunes observacions. En primer lloc veiem que μ_+ s'interpreta com a la mitjana de les desviacions en valor absolut de x . Així és una mesura de la dispersió d' x , igual que ho és la desviació estàndard, σ . També observem que $\sigma_+^2 = V[x] - E[|x|]^2$

és la diferència de dues mesures de dispersió. Veurem que el pes de les cues està relacionat amb aquestes desviacions en valor absolut, que estan definides simplement amb l'existència del primer moment.

Paralel·lament al concepte de truncament positiu es pot desenvolupar el concepte de simetrització. Si y és una variable que pren valors positius, amb densitat, $f(y)$, podem definir la seva simetrització, y_s , com una variable amb densitat $f_s(y) = \frac{1}{2} f(|y|)$. Naturalment, donada una variable simètrica qualsevol, x , en fer truncament i simetrització, $(x_+)_s$, en resulta una variable amb la mateixa distribució que x . Així doncs, no és cap restricció treballar amb distribucions sobre els positius, perquè en cas de simetria recuperem la distribució inicial. Si no hi ha simetria, aleshores clarament és molt millor treballar per separat amb la part positiva i la part negativa.

Donada una variable x amb distribució normal, $N(\mu, \sigma^2)$, direm que el seu truncament positiu, x_+ , té distribució normal truncada, $NT(\mu, \sigma^2)$. Aquest model el desenvolupem amb més detall a la secció 5.

Quan intentem aproximar unes dades financeres per a una distribució normal, estem aproximant-ne les parts positives i negatives per a distribucions normals truncades. En aquest cas, els dos truncaments són complementaris, perquè junts constitueixen una distribució normal. També es pot procedir a aproximar separatament cada cua per a una distribució normal truncada.

Les dades del nostre exemple es poden aproximar per a una distribució normal amb $\mu = 0,001054$ i $\sigma = 0,144767$, si bé ja hem dit que l'aproximació és dolenta. Podem intentar aproximar les parts positives i negatives per separat, mitjançant distribucions normals truncades. Estimant els paràmetres per màxima versemblança, ens trobem que, en ambdós casos, les equacions no tenen solució. Aquest fet ha estat estudiat àmpliament a Castillo (1994). Tal com enunciem al teorema 3 les equacions de versemblança no tenen solució quan el coeficient de variació empíric és més gran que 1. Aquest és el nostre cas, els coeficients de variació són $cv[x_+] = 1,14$ i $cv[x_-] = 1,39$, respectivament per a la part positiva i per a la part negativa de la mostra.

Treballar separatament amb les parts positives i negatives, tal com hem dit, és més flexible. En aquest exemple, però, ens fa veure que l'ajust a cues lleugeres com la de la normal és francament inapropiat. L'estimador màxim versemblant només es pot trobar com a un cas límit, dintre de la família exponencial, que donarà un millor ajust que les distribucions normals.

4. El coeficient de variació com a mesura del pes de les cues

El coeficient de variació és una eina usual en estadística per comparar variabilitats en relació a les mitjanes. Té sentit en distribucions centrades lluny de zero, perquè la mitjana apareix en el denominador. Nosaltres l'utilitzarem només en distribucions que prenen valors positius que, en general, seran la part positiva de distribucions simètriques amb moda a zero. Com a exemples bàsics de les distribucions en què estem pensant podem considerar la distribució exponen-

cial, $\text{Exp}(\mu)$, o el truncament positiu d'una normal simètrica $NT(0, \sigma^2)$. Cal fer notar que en aquests casos l'esperança és més una mesura de dispersió que no pas de posició. En realitat en aquests exemples l'esperança és un paràmetre d'escala.

Definició 2. Donada una variable, x_+ , amb variància finita, σ_+^2 i esperança no nul·la, μ_+ , el seu coeficient de variació és donat per

$$cv[x_+] = \frac{\sigma_+}{\mu_+}.$$

Considerem ara x_+ com a la part positiva d'una distribució simètrica, x , amb variància $V[x] = \sigma^2$. En aquest cas, d'acord amb la proposició 3, tindrem

$$1 + cv^2[x_+] = \frac{\sigma^2}{\mu_+^2}. \quad (4)$$

veiem així que el coeficient de variació serveix per comparar dues mesures de dispersió d' x , com són la variància i la desviació en valor absolut.

Els primers avantatges del coeficient de variació són que no té unitats i que és invariant per canvi d'escala. Per exemple, si les rendibilitats estudiades s'expressen en tant per cent, tant per un o tant per mil, el coeficient de variació és sempre el mateix.

Un altre avantatge, en relació al problema de les cues pesades, és que el coeficient de variació només suposa l'existència del moment d'ordre 2. Així es pot utilitzar encara que les estimacions de Guillaume *et al.* (1997) sobre el pes de la cua ($\alpha \approx 3,5$) siguin correctes. En canvi, la curtosi necessita l'existència de moment d'ordre 4, que en el cas anterior no es lícit suposar.

Volem fer veure que el coeficient de variació, o el seu quadrat, és una bona mesura del pes de les cues, entenent com a tal la distribució entre valors petits, extrems i mitjans. En primer lloc veiem quin valor té en dos exemples bàsics. Si x_+ segueix una distribució exponencial, $\text{Exp}(\mu)$, és ben sabut que l'esperança i la variància són exactament μ i així el coeficient de variació val 1. Recordem que en aquest cas la simetritzada de x_+ , es coneix com a distribució de Laplace.

Suposem ara que x_+ segueix una distribució normal truncada, $NT(0, \sigma^2)$. És a dir, suposem que x_+ és la part positiva d'una distribució, x , normal $N(0, \sigma^2)$. Aleshores de la proposició 3,

$$E[|x|] = E[x_+] = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^\infty x \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right] dx = \frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}}$$

d'on, utilitzant (4), deduïm que

$$cv(x_+) = \sqrt{\frac{\pi-2}{2}} \approx 0,75551$$

Aquest és el valor que aproximadament hem de trobar pel coeficient de variació, si les nostres dades segueixen una distribució normal centrada en zero, amb qualsevol variància. El grau d'aproximació depèn, naturalment, de la distribució asimptòtica del coeficient de variació empíric.

Distribució asimptòtica del coeficient de variació

Per tal de simplificar, farem servir ara la notació $c = cv(x_+)$, per a una variable qualsevol amb moments $\mu_k = E[x_+^k]$. Anomenarem c_n al coeficient de variació empíric en una mostra de mida n . És a dir, dient $\bar{x}$ a la mitjana mostral i s a la desviació estàndard, tenim

$$c_n = \frac{s}{\bar{x}}.$$

A partir de la distribució asimptòtica dels dos primers moments de la mostra, aplicant el mètode de linealització, o mètode delta, s'obté que

$$\sqrt{n}(c_n - c) \xrightarrow{d} N(0, \sigma_c^2),$$

on la variància asimptòtica és

$$\sigma_c^2 = \left\{ \left(3 - 4 \frac{\mu_3}{\mu_1^3} + \frac{\mu_4}{\mu_1^4} \right) + \left(10 - \frac{\mu_3}{\mu_1^3} \right) c^2 + 11 c^4 + 4 c^6 \right\} / (4 c^2).$$

L'expressió anterior ens mostra que la distribució del coeficient de variació està relacionada amb el moment d'ordre quatre, que a la vegada està relacionat amb la curtosi.

En casos concrets la variància asimptòtica es simplifica notablement, així tenim en una distribució exponencial

$$\sqrt{n}(c_n - 1) \xrightarrow{d} N(0, 1). \quad (5)$$

En una distribució normal simètrica i positivament truncada, $NT(0, \sigma^2)$, la distribució asimptòtica és

$$\sqrt{n} \left(c_n - \sqrt{\frac{\pi-2}{2}} \right) \xrightarrow{d} N \left(0, \frac{\pi^2(\pi-3)}{4(\pi-2)} \right) \approx N(0, 0.3).$$

5. La distribució normal truncada

Donada una variable aleatòria contínua, x , amb densitat $f(x)$ i una constant a , la distribució de x truncada a $x > a$, té densitat

$$f(x|x > a) = \frac{f(x)}{\Pr\{x > a\}}.$$

Quan x té distribució normal, $N(\mu, \sigma^2)$, tindrem

$$\Pr\{x > a\} = 1 - \Phi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right) = 1 - \Phi(\alpha)$$

on $\Phi(\cdot)$ és la funció de distribució de la normal estàndard i $\alpha = \frac{a - \mu}{\sigma}$. L'esperança i la variància de la distribució normal truncada en el punt a s'expressen com a

$$\begin{aligned} E[x | x > a] &= \mu + \sigma\lambda(\alpha) \\ V[x | x > a] &= \sigma^2(1 - \lambda(\alpha)^2 + \alpha\lambda(\alpha)) \end{aligned} \quad (6)$$

on $\lambda(\alpha) = \frac{\phi(\alpha)}{1 - \Phi(\alpha)}$ s'anomena l'invers de la raó de Mills, denotant per $\phi(\cdot)$ a la funció de densitat de la normal estàndard. De fet $\lambda(\alpha)$ és la funció d'atzar de la normal estàndard.

La distribució normal truncada ha estat àmpliament estudiada en economia, en relació a les mostres selectives, el treball de Heckman en aquest sentit va merèixer el premi Nobel d'economia l'any 2000. Vegis Heckman (1979) o Greene (1993).

Quan $a = 0$, tal com hem anat fent, direm que x_+ té distribució normal truncada, $NT(\mu, \sigma^2)$ (sense referència al punt de truncament). Des del punt de vista de l'estimació sempre ens podem reduir a aquesta situació. Les equacions de versemblança per a l'estimació dels paràmetres s'obtenen igualant esperança i variància amb els corresponents valors de la mostra, $\bar{x}$ i s^2 . Per tal de resoldre-les, a partir de (6), escrivim $cv^2(x_+)$ en termes d' $\alpha = -\frac{\mu}{\sigma}$. Aleshores, igualant el resultat al coeficient de variació empíric, c^2 , tenim

$$\frac{\alpha^2 + 1 - \alpha\lambda(\alpha)}{(\lambda(\alpha) - \alpha)^2} = 1 + c^2. \quad (7)$$

Obtenint α de l'equació anterior, trobem els estimadors dels paràmetres amb les expressions

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= \frac{\bar{x}\alpha}{\alpha - \lambda(\alpha)} \\ \hat{\sigma} &= \frac{\bar{x}}{\lambda(\alpha) - \alpha}. \end{aligned} \quad (8)$$

El següent resultat sobre les equacions de versemblança es troba demostrat a Castillo (1994).

Teorema 3. *Les equacions de versemblança (7) i (8) tenen solució si i només si el coeficient de variació de la mostra és inferior a 1. El cas límit, $c = 1$, correspon a la distribució exponencial.*

Realment tenim una relació bijectiva entre el coeficient de variació i el paràmetre α , donada per l'equació (7). Aquest fet permet parametritzar la família de distribucions normal truncada a partir del coeficient de variació, que pren valors a $(0, 1)$, i el paràmetre d'escala, σ . A més, aquesta relació permet demostrar el teorema següent, que es troba a Castillo i Puig (1999).

Teorema 4. *El millor test (UMPU) d'exponencialitat contra la distribució normal truncada té regió crítica de la forma $\{c < k\}$, on c és el coeficient de variació empírica i k és una constant que depèn del nivell de significació.*

6. Distribució de Pareto modificada

Clàssicament la distribució de Pareto es considera com aquella que té per funció de densitat $\frac{\alpha}{\sigma} \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{\alpha+1}$, ($x > \sigma$), on α s'interpreta com el pes de la cua i σ , que determina el suport de la distribució, es pot interpretar com a paràmetre d'escala. L'estimació màxima versemblant d' σ és, en aquest cas, el mínim de la mostra. Pareto havia introduït aquesta distribució a partir d'observar una relació lineal entre $\text{Log}[\bar{F}(x)]$ i $\text{Log}[x]$.¹

Per tal d'estudiar dades financeres, on les distribucions són força simètriques al voltant de zero, és millor considerar la modificació:

$$p(x; \alpha, \sigma) = \frac{\alpha \sigma^\alpha}{(x + \sigma)^{\alpha+1}}, \quad (x > 0) \quad (9)$$

que es coneix com a distribució de Pareto de segona espècie, o distribució de Lomax que, per simplificar, seguirem anomenant distribució de Pareto i representarem per $Par(\alpha, \sigma)$. Aquí σ és un veritable paràmetre d'escala, perquè si x té distribució $p(x; \alpha, \sigma)$ aleshores λx té distribució $p(x; \alpha, \lambda \sigma)$. En aquesta distribució modificada es presenta una relació lineal entre $\text{Log}[\bar{F}(x)]$ i $\text{Log}[x + \sigma]$. El comportament de les cues és exactament el mateix que en el cas de la distribució de Pareto clàssica i, en canvi, el suport és ara sempre el conjunt de valors positius. Estadísticament evitem el problema de treballar amb distribucions de suport variable.

La distribució de Pareto modificada té moments d'ordre k finits, si $k < \alpha$, que es poden calcular a partir de

1. Concretament, si n_x representa el nombre de persones amb renda superior a x , d'un conjunt de N persones, Pareto va observar $\text{Log}[n_x] = \alpha \text{Log}[x] + \beta$. Aleshores $\bar{F}[x] = \frac{n_x}{N} = \beta x^\alpha$.

$$E[(x + \sigma)^k] = \frac{\alpha \sigma^k}{\alpha - k},$$

concretament, els dos primers moments són

$$E[x] = \frac{\sigma}{\alpha - 1}, \quad E[x^2] = \frac{2\sigma^2}{(\alpha - 1)(\alpha - 2)},$$

cosa que ens permet deduir pel coeficient de variació

$$cv^2[x] = \frac{\alpha}{\alpha - 2} > 1. \quad (10)$$

Així en una distribució de Pareto el coeficient de variació sempre és superior a 1. Quan α tendeix a 2 el coeficient de variació es fa infinit. Realment si $\alpha \leq 2$ no hi ha moment de segon ordre i aquest estadístic no està definit. També és clar que quan α tendeix a infinit el coeficient de variació s'acosta a 1. L'expressió (10) ens permet també una primera estimació consistent del pes de les cues

$$\tilde{\alpha} = \frac{2c^2}{c^2 - 1},$$

on c és el coeficient de variació empíric.

L'estimació màxima versemblant es pot resumir en trobar σ de l'equació

$$\left(\frac{1}{n} \sum \left(\frac{x_i}{\sigma} + 1 \right)^{-1} \right) \left(1 + \frac{1}{n} \sum \log \left(1 + \frac{x_i}{\sigma} \right) \right) = 1$$

i després calcular

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{1}{n} \sum \log \left(1 + \frac{x_i}{\sigma} \right) \right)^{-1}$$

Es planteja a cops, però, el problema de la no-existència de solució. Aquest fet està relacionat en el fet que la distribució exponencial és també un cas límit de la distribució de Pareto. El límit s'assoleix quan α tendeix a infinit i, per tant, quan el coeficient de variació tendeix a 1, segons veiem a (10). És doncs natural que en mostres on el coeficient de variació empíric sigui menor que 1 acostumi a fallar la solució de les equacions.

Abans de la utilització de la distribució de Pareto cal fer un test per descartar si la mostra procedeix d'una distribució amb cues més lleugeres, com l'exponencial o, fins i tot, una normal truncada. La nostra proposta és fer un test basat en el coeficient de variació, per assegurar-se que aquest no és inferior a la unitat.

7. Reparametrització de les distribucions

Passem a proposar un model bàsic de distribucions decreixents amb la moda a zero, apropiat a dades financeres. Aquest model no és més que la reunió del model de normals truncades i les distribucions de Pareto, per a $\alpha > 2$. Indexem aquest conjunt de distribucions pel coeficient de variació i un paràmetre d'escala, anomenant-lo

$$NTP(cv, \sigma) = \begin{cases} NT(\mu, \sigma), & \text{si } cv < 1 \\ Exp(\sigma), & \text{si } cv = 1 \\ Par(\alpha, \sigma), & \text{si } cv > 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \alpha, \sigma \text{ de les equacions (7), (8).} \\ \\ \alpha \text{ de l'equació (10).} \end{array}$$

Disposem així d'una distribució per a cada coeficient de variació entre $(0, \infty)$. Quan $0 < cv < 1$, les nostres distribucions seran normals truncades; $c = 1$ correspon a la distribució exponencial i $1 < cv < \infty$ correspon a distribucions de Pareto.

És important en aquest model contrastar si $cv = 1$. El contrast pot fer-se a partir de (5). Si acceptem la hipòtesi nul·la, parlarem d'un model amb cues semipesades; quan resulti que $cv < 1$, parlarem de cues lleugeres i quan $cv > 1$, direm que el model és de cues pesades. El nostre model pretén una primera aproximació al problema de modelar unes dades financeres, pel que fa a la distribució marginal, i una classificació del pes de les cues d'aquesta distribució. Això no exclou una anàlisi posterior més detallada que utilitzarà unes tècniques o altres segons les primeres conclusions obtingudes.

A Hull i White (1998) s'estudien les taxes de canvi diàries de dotze monedes respecte el dòlar, entre el 4 de gener de 1988 i el 15 d'agost de 1997. Recollim, del seu treball, les dades de les monedes que presenten més i menys curtosi, així com els valors mitjans per a les dotze monedes i l'aproximació que proporciona la distribució normal. En cada cas s'especifica el percentatge d'observacions que sobrepassen, en més o en menys, un múltiple de la desviació estàndard, σ .

	<i>Espanya</i>	<i>Dinamarca</i>	<i>mitjana</i>	<i>normal</i>
$Pr\{x > 1\sigma\}$	23,72	25,58	25,04	31,73
$Pr\{x > 2\sigma\}$	4,4	5,4	5,27	4,55
$Pr\{x > 3\sigma\}$	1,53	1,32	1,34	0,27
$Pr\{x > 4\sigma\}$	0,37	0,12	0,29	0,01
$Pr\{x > 5\sigma\}$	0,17	0,0	0,08	0,0
$Pr\{x > 6\sigma\}$	0,08	0,0	0,03	0,0
<i>curtosi</i>	7,75	1,61	3,39	0

Mentre que en la normal només un 0,3 % supera 3σ , en la corona danesa un 1,3 % supera 3σ i en la moneda espanyola un 1,5 % supera aquesta quantitat. Clarament l'aproximació normal és inapropiada. Si treballem amb dades intradia aquest fet s'accentua.

Passem a comparar aquests resultats amb la varietat de models que s'obtenen, amb el model que acabem de proposar, en funció del coeficient de variació.

	<i>Normal</i>	<i>NTrun</i>	<i>NTrun</i>	<i>NTrun</i>	<i>Exp</i>	<i>Par</i>	<i>Par</i>	<i>Par</i>
<i>CV</i>	0,76	0,85	0,91	0,94	1	1,11	1,25	1,67
$Pr\{x > 1\sigma\}$	31,73	28,74	27,02	26,00	24,31	22,91	21,41	18,06
$Pr\{x > 2\sigma\}$	4,55	5,48	5,80	5,86	5,91	5,81	5,63	5,06
$Pr\{x > 3\sigma\}$	0,27	0,68	0,98	1,15	1,44	1,61	1,73	1,83
$Pr\{x > 4\sigma\}$	0,01	0,05	0,13	0,19	0,35	0,48	0,60	0,79
$Pr\{x > 5\sigma\}$	0,00	0,00	0,01	0,03	0,08	0,15	0,23	0,38
$Pr\{x > 6\sigma\}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,05	0,10	0,20

Veiem que el model proposat recull comportaments diversos, que enllacen la normal amb l'exponencial i les distribucions de Pareto de manera contínua. La distribució de les cues depèn d'un sol paràmetre, el coeficient de variació. També podem apreciar que les dades de tipus de canvi són realment properes al model exponencial. Podríem parlar doncs d'un model amb cues semipesades per a les dades financeres.

8. Aproximació no paramètrica

Disposar d'un bon model paramètric és sempre el més pràctic. El problema és que a cops no tenim aquest model. Aleshores hem de recórrer als mètodes no paramètrics. En qualsevol cas, sempre és recomanable contrastar un model paramètric des d'un punt de vista diferent, que és el que farem en aquest apartat.

Introduïrem algunes idees de l'anàlisi de la supervivència i la fiabilitat, que creiem importants en relació a l'estudi del pes de les cues i que, per ara, no han estat utilitzades en aquest context. Vegeu Barlow i Proschan (1981) o bé Castillo i Puig (1999) per a més bibliografia.

Per a una variable aleatòria positiva, x , es defineixen la *funció de risc* i la *funció de risc acumulat* com

$$r(x) = \frac{f(x)}{\bar{F}(x)}, \quad R(x) = \int_0^x r(t) dt.$$

Es defineixen aleshores les classes de distribucions IFR (Increasing Failure Rate) quan la funció de risc és creixent i DFR (Decreasing Failure Rate) quan la funció de risc és decreixent. De la mateixa forma es defineixen les classes IFRA (Increasing Failure Rate in Average) quan $R(x)/x$ és creixent i DFRA (Decreasing Failure Rate in Average) quan $R(x)/x$ és decreixent.

Des del punt de vista de l'anàlisi de la supervivència i la fiabilitat, les distribucions importants són les IFR, que corresponen a temps de vida de fenòmens que envol·leixen. Les distribucions

DFR corresponen a fenòmens que es rejueneixen, dels quals hi ha pocs exemples. Els especialistes consideren central el concepte de funció de risc, per la seva interpretació pràctica, mentre que la funció de risc acumulat és considerada una simple eina auxiliar.

Des del punt de vista estadístic, i més concretament no paramètric, és important distingir entre mètodes basats en estimacions de funcions de distribució i mètodes que utilitzen funcions de densitat. Les funcions de distribució s'estimen amb precisió, a partir de la funció de distribució empírica, mentre que les funcions de densitat s'estimen amb dificultat, quan no es disposa d'un model paramètric apropiat. Per tal d'estimar una derivada cal recórrer a fixar de forma arbitrària l'increment de la variable i aquest és l'origen dels problemes. En el context de l'anàlisi de la supervivència i la fiabilitat, la funció de risc és complicada d'estimar sense un model paramètric, perquè inclou la densitat, mentre que la funció de risc acumulat pot estimar-se amb precisió per la relació

$$R(x) = -\log[\bar{F}(x)]. \quad (11)$$

El teorema següent relaciona aquests conceptes amb les distribucions de cues pesades. El resultat, que s'aplica a la distribució de Pareto definida a (9), es troba demostrat a Barlow i Proschan (1981).

Teorema 5. *Cada una de les propietats donades a continuació implica la immediata següent:*

1. *El logaritme de la funció de densitat és una funció convexa.*
2. *La distribució és DFR.*
3. *La distribució és DFRA.*
4. *El coeficient de variació és més gran que la unitat ($cv > 1$).*

Les distribucions DRFA estan molt lligades a les distribucions de cues pesades. Es pot demostrar que presenten sempre *més risc* que les distribucions exponencials; en el sentit que qualsevol inversor, amb la seva pròpia funció d'utilitat, les rebutjaria. Per això, és important poder-les detectar empíricament, cosa que s'aconsegueix amb el resultat següent:

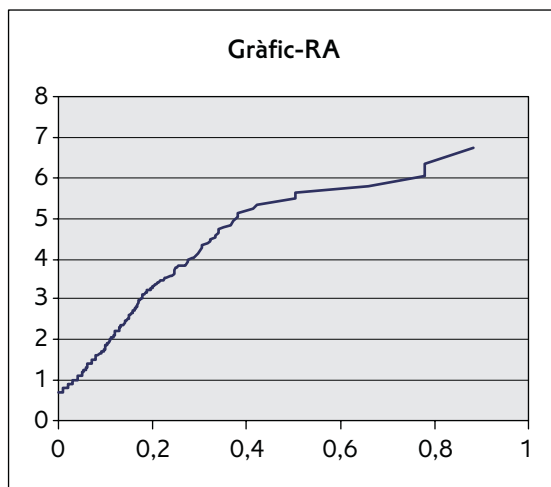
Teorema 6. *Una variable aleatòria positiva amb funció de distribució $F(x)$ és DFRA si i només si la seva funció de risc acumulat, donada per (11) talla com a molt una recta arbitrària λx en un punt, i el tall es produeix de dalt a baix.*

Aquest resultat ens permet proposar una nova eina per detectar el comportament de les cues. El gràfic de la funció de risc acumulat:

$$R_n(x) = -\log[\bar{F}_n(x)]$$

on $F_n(x)$ és la funció de distribució empírica associada a una mostra. Si la distribució de les dades correspon a un model amb cues pesades hem d'observar essencialment una funció cònca-va. Per contra, una distribució amb cues lleugeres, com la normal, presentaria un gràfic convex. Les distribucions amb cues semipesades s'han d'aproximar a una recta.

A continuació presentem el gràfic corresponent a les dades estudiades a la secció (3)



En aquest exemple hem de pensar en un model de cues més aviat pesades. Estimàriem, doncs, un model de Pareto. Concretament les dades s'ajusten a una distribució amb $\hat{\alpha} = 16,15$, que tot i ser una cua pesada és lluny d'altres estimacions que posen en dubte l'existència dels primers moments.

9. Conclusions

Resumim breument les idees defensades en aquest article. En primer lloc, creiem millor estudiar per separat les dues cues de la distribució. La cua que descriu com són les pujades i la que descriu les baixades. A més que, en general, són diferents, ens ajuden a comprendre el comportament dels agents en situacions alcistes o baixistes.

Hem presentat el coeficient de variació com un eina apropiada per estudiar el comportament de les cues. Aquest estadístic depèn només dels dos primers moments de la distribució, davant dels quatre moments que utilitza la curtosi. És doncs d'utilitat en situacions on està en dubte l'existència del quart moment, com les descrites per diversos autors en relació a les finances.

La distribució normal truncada i la distribució de Pareto presenten com a cas límit la distribució exponencial, que té coeficient de variació igual a 1. Ambdues distribucions es descriuen només amb un paràmetre d'escala i el coeficient de variació. La primera correspon a coeficients

de variació menors que la unitat i la segona a coeficients superiors a la unitat. Conjuntament formen un model molt apropiat per descriure el comportament de les cues d'una distribució.

Les eines de l'anàlisi de la supervivència i la fiabilitat són d'utilitat en l'estudi de les cues d'una distribució. Permeten fer una aproximació no paramètrica del problema, que complementa l'estudi paramètric proposat anteriorment.

La nostra moderada experiència amb dades financeres, des de dades de tipus de canvi, fins a dades intradia per a futurs, ens porta a proposar models de cues semipesades, properes a les cues de la distribució exponencial.

10. Bibliografia

- BARLOW, R. E.; PROSCHAN, F. (1981). *Statistical theory of reliability and life testing*. Silver Spring, MD.
- BARNDORFF-NIELSEN, O. E. (1998). «Processes of normal inverse gaussian type». *Finance Stochastics*, vol. 2, p. 41-61.
- BARNDORFF-NIELSEN, O. E.; SHEPHARD, N. (2001). «Non-gaussian Ornstein-Uhlenbeck based models and some of their uses in financial econometrics (with discussion)». *Journal of the Royal Statistical Society, B*, vol. 63, p. 167-241.
- BLACK, F.; SCHOLES, M. (1973). «The pricing of options and corporate liabilities». *Journal of Political Economy*, vol. 81, p. 637-654.
- BLATTBERG, R.; GONEDES, N. (1974). «A comparison of the stable and student distributions as statistical models for stock prices». *The Journal of Business*, vol. 47, p. 244-280.
- CAMPBELL, J.; LO, A.; MACKINLAY, A. (1997). *The econometrics of financial markets*, Princeton: Princeton University Press.
- CASTILLO, J. (1994). «The singly truncated normal distribution, a non-steep exponential family». *Annals of the Institute of Mathematical Statistics*, vol. 46, p. 57-66.
- CASTILLO, J.; PUIG, P. (1999). «The best test of exponentiality against singly truncated normal alternatives». *Journal of the American Statistical Association*, vol. 94, núm. 446, p. 529-532.
- DUFFIE, D.; PAN, J. (1997). «An overview of value at risk». *Journal of Derivatives*, vol. 4, núm. 3, p. 27-39.
- EBERLEIN, E.; KELLER, U. (1995). «Hyperbolic distributions in finance». *Bernoulli*, vol. 1, p. 281-299.
- EMBRECHTS, P.; KLÜPPELBERG, C.; MIKOSCH, T. (1997). «Modeling extremal events for insurance and finance». *Springer* [Berlín].
- GREENE, W. H. (1993). *Econometric analysis*. Nova York: Macmillan Publishing Company.
- GUILLAUME, D.; DACOROGNA, M.; DAVE, R.; MÜLLER, U.; OLSEN, R.; PICTET, O. (1997). «From the bird's eye to the microscope: A survey of new stylized facts of the intra-daily foreign exchange markets». *Finance & Stochastics*, vol. 1, núm. 2, p. 95-129

- HECKMAN, J. (1979). «Sample selection bias as a specification error». *Econometrica*, vol. 47, p. 153-161.
- HOSKING, J.; WALLIS, J. (1987). «Parameter and quantile estimation for the generalized Pareto distribution». *Technometrics*, vol. 29, núm. 3, p. 339-348.
- HULL, J.; WHITE, A. (1998). «Value at risk when daily changes in marked variables are not normally distributed». *The Journal of Derivatives*, p. 9-19.
- MADAN, D. B.; SENETA, E. (1990). «The variance gamma model for share marked returns». *Journal of Business*, vol. 63, p. 511-524.
- MÜLLER, U.; DACOROGNA, M.; PICTET, O. (1998). «Heavy tails in high-frequency financial data». Adler-Felman-Taquq ed. *A practical guide to heavy tails*. Birkhäuser.
- MANDELBROT, B. (1965). «Forecast of future prices, unbiased markets, and martingale models». *Journal of Business*, p. 242-255.
- TAYLOR, S. (1986). *Modelling financial time series*. Londres: John Wiley and Sons.
- SHIRYAEV, A. (2000). *Essentials of stochastic finance: Facts, models, theory*. World Scientific Publishing.

Antoni Espasa
Universidad Carlos III de Madrid

Resum

En aquest treball es proposa una metodologia per a l'anàlisi de la conjuntura d'indicadors econòmics basada en resultats, fonamentalment prediccions, obtinguts mitjançant models econòmics. La metodologia consisteix a realitzar l'anàlisi econòmica sobre una desagregació, per criteris econòmics, dels indicadors, de forma que augmenti de manera rellevant la informació sobre la diversitat dels factors tendencials, estacionals, cíclics, etc. de l'agregat, al mateix temps que es mantinguin bones proporcions senyal/soroll en tots els components. La diversitat més important és la tendencial, amb la qual cosa, la desagregació es vincula en major grau a la no-existència de cointegració plena entre components.

La metodologia es completa emprant models econòmics d'indicador avançat per a cada component i treballant amb models no lineals quan és necessari.

Aquest enfocament genera prediccions més ajustades que les que s'obtenen amb models sobre les dades agregades. A més, per al diagnòstic tenim que la desagregació aporta informació sobre la contribució dels components —mercats, sectors, etc.— a la predicció agregada, amb la qual cosa es detecta quins d'ells poden tenir una situació futura més problemàtica, com és la situació relativa dels mercats, etc., de manera que, sense realitzar anàlisis de causalitat es tenen senyals fermes sobre els principals factors causals en l'evolució de l'agregat i informació valuosa per a perfilar mesures de política econòmica.

1. Este documento está basado en la experiencia en predicciones durante varios años de un grupo de personas como, R. Albacete, E. Senra, L. Saiz, A. Garre, P. Poncela, J. M. Martínez y I. Muñoz. Estoy agradecido a Albert Prat por sus comentarios a una primera versión de este trabajo.

Resumen

En este trabajo se propone una metodología para el análisis de la coyuntura de indicadores económicos basada en resultados, fundamentalmente predicciones, obtenidos mediante modelos econométricos. La metodología consiste en realizar el análisis econométrico sobre una desagregación, por criterios económicos, de los indicadores, de forma que se aumente de modo relevante la información sobre la diversidad de los factores tendenciales, estacionales, cíclicos, etc. del agregado, al tiempo que se mantengan buenas proporciones señal/ruido en todos los componentes. La diversidad más importante es la tendencial, con lo que la desagregación se vincula mayormente a la no-existencia de cointegración plena entre componentes.

La metodología se completa empleando modelos econométricos de indicador adelantado para cada componente y trabajando con modelos no-lineales cuando es necesario.

Este enfoque genera predicciones más ajustadas que las que se obtienen con modelos sobre los datos agregados. Además para el diagnóstico se tiene que la desagregación aporta información sobre la contribución de los componentes —mercados, sectores, etc.— a la predicción agregada, con lo que se detecta cuáles de ellos pueden tener una situación futura más problemática, cómo es la situación relativa de los mercados, etc., con lo que sin realizar análisis de causalidad se tienen señales firmes sobre los principales factores causales en la evolución del agregado e información valiosa para perfilar medidas de política económica.

Introducción

En este trabajo se propone que el análisis de la coyuntura debe basarse en resultados obtenidos mediante modelos econométricos. Las posibles utilidades de los modelos econométricos: estructural, predictiva y de simulación, dependen de la naturaleza de los mismos, siendo los denominados modelos congruentes los más completos. En el análisis de la coyuntura las predicciones son imprescindibles y éstas se pueden obtener con cualquier tipo de modelo, en particular con modelos con raíces unitarias e indicadores adelantados. En la sección I se discuten las ventajas e inconvenientes de ambos tipos de modelos y se apunta que con frecuencia los modelos de indicador adelantado —que no suelen incluir líneas teóricas de causalidad— resultan más operativos para predecir, al poder incorporar la información mensual más reciente.

Los fundamentos para la buena predicción económica son información relevante, metodología econométrica y teoría económica que oriente sobre la forma de estructurar los datos y formular los modelos. En la sección II se argumenta que un medio de aumentar la información relevante en la predicción es desagregar, de acuerdo con criterios económicos, los indicadores macroeconómicos, de forma que la configuración de cada componente sea relativamente homogénea al tiempo que entre componentes se capte una diversidad relevante en cuanto a factores tendenciales, estacionales o cíclicos en el agregado.

La diversidad que resulta más importante es la tendencial, con lo que la conveniencia de la desagregación se relaciona con la no-existencia de cointegración plena entre los componentes.

La diversidad entre componentes permite que incluso modelos univariantes simples sobre ellos impliquen modelos complejos y con restricciones para el agregado. De ahí la posible ganancia con la desagregación. Por el contrario, desagregando se reduce en los componentes la relación señal/ruido, de modo que la potencia de esta proporción señal/ruido determina los límites en los que la desagregación puede tener ventajas sobre el análisis agregado.

Con la desagregación es más fácil especificar y estimar las características no-lineales de los indicadores económicos al poderlo hacer de forma restrictiva en los componentes que realmente lo requieran. Esto junto con la posibilidad de incluir indicadores adelantados específicos a cada componente amplía las ventajas predictivas del enfoque desagregado. Otro límite a la desagregación viene dado por la posibilidad de construir modelos aceptables —que pueden ser no-lineales— para cada componente.

En el diagnóstico la desagregación tiene también una aportación importante, ya que no sólo da predicciones del agregado, sino que señala la contribución de cada componente en ellas, con lo que con fines de política económica se conoce que mercados o sectores son los que contribuyen más a la predicción del agregado.

1. Objetivos y metodología basada en modelos para el análisis de la coyuntura económica. **La relevancia de la predicción económica**

1.1. *Metodología basada en modelos econométricos*

El análisis de la coyuntura consiste según Espasa y Cancelo (1993) en evaluar y cuantificar la situación presente de un fenómeno económico:

- incidiendo en los aspectos esenciales del mismo;
- proyectando su futuro;
- comparando dicha situación con apreciaciones anteriores;
- señalando en todo ello la contribución de las variables causales;
- vinculando el análisis del fenómeno en cuestión con otros con quienes tenga una relación de dependencia.

En una orientación moderna dicho análisis debe basarse en modelos estadísticos econométricos como marco que permite recoger las principales características del comportamiento histórico de los datos adecuadamente estructurados y de acuerdo con resultados de aceptación suficientemente amplia de la teoría económica.

Este contexto proporciona un fundamento válido, tanto teórico como empírico, a los resultados utilizados en el análisis de coyuntura con lo que dicho análisis y los diagnósticos contenidos en él adquieren garantías de objetividad.

El soporte econométrico permite además detectar discrepancias no-admisibles entre los modelos y los nuevos datos que van apareciendo, de las que se puede aprender cómo plantear formulaciones de los modelos más acordes con la nueva evidencia. Así pues, el análisis de la coyuntura basado en modelos econométricos no sólo da garantías de objetividad, sino que además resulta ser un procedimiento eficaz para aprender progresivamente de los errores pasados y aumentar de forma continua la utilidad del análisis.

Los modelos econométricos según su naturaleza pueden tener distintos usos en un análisis de coyuntura. Así pueden emplearse con fines estructurales, de predicción o de simulación. En el primer caso, el modelo se utiliza para inferir sobre las características básicas del sistema económico que se está considerando. Por ejemplo, un modelo sobre la demanda de importaciones de bienes de equipo en la economía española —véase Martínez (2000)— puede servir para estimar que las elasticidades de dichas importaciones respecto a la renta y a un indicador de los precios internos con relación a precios externos es de 2,8 y $-2,4$, respectivamente, mientras que las importaciones de alimentos son mucho más elásticas respecto a la renta (4,8) y mucho menos respecto a precios ($-0,8$).

Un modelo diario que relacione la demanda de energía eléctrica con la temperatura —véase Espasa y Cancelo (1996)— puede servir para estimar que en un determinado día con la temperatura por debajo de 20 grados, la variación de la temperatura en un grado aumenta la demanda de energía eléctrica en ese día en un 0,54 %, si el día es laborable, y en un 0,62 %, si es festivo.

Un modelo sobre la inflación en el índice de precios al consumo, —véase Espasa *et al.* (2002)—, desagregado en dos componentes, la inflación subyacente, referida a la generada en los precios de los servicios y bienes elaborados no-energéticos, y la inflación residual referida a la generada en los restantes precios: alimentos no-elaborados y energía, puede servir para medir que un impacto de un 1,0 % en la inflación subyacente va a tener un efecto a medio plazo de 1,8 %, mientras que en la inflación residual un impacto de la misma magnitud no va a tener un efecto multiplicador a medio plazo.

En Espasa *et al.* (1993) se estima un modelo sobre la demanda de turismo por parte de extranjeros en España en el que la elasticidad respecto a los precios relativos pasa de un valor negativo de 0,56 %, correspondiente a una situación normal de evolución de los precios, a otro negativo de 1,32 %, si los precios relativos suben por encima de una determinada banda de valores. Esto pone de manifiesto la sensibilidad de dicha demanda a fuertes subidas en los precios relativos, lo cual resulta muy relevante en cualquier análisis sobre la coyuntura del sector turístico. Estimaciones como las señaladas en los casos anteriores son de gran ayuda para ilustrar y fundamentar un análisis y diagnóstico sobre la coyuntura económica.

En segundo lugar, como todo modelo econométrico incorpora una explicación sobre la generación de los datos, se tiene además que éste puede utilizarse para proyectar o predecir la evolución futura de los mismos. Éste es uno de los principales usos de los modelos econométricos para el análisis de la coyuntura, ya que como se ha mencionado antes, dicho análisis se

centra en una evaluación del presente estimando (prediciendo) sus implicaciones hacia el futuro.

Finalmente si se dispone de un modelo econométrico causal se puede utilizar éste para simular el comportamiento de las variables (endógenas) que se determinan en el modelo en función de una hipótesis sobre la evolución de variables (exógenas) explicativas. En modelos macroeconómicos nacionales las simulaciones principales se realizan sobre variables explicativas referentes a la política monetaria o fiscal. Con tales simulaciones se puede obtener una visión más profunda para recomendar medidas de política económica.

1.2. *Modelos econométricos causales y modelos econométricos de indicador adelantado*

El tipo de modelo econométrico que se muestra relevante para el análisis cuantitativo es el denominado modelo congruente, en la terminología del profesor Hendry. En una descripción poco precisa, pero quizás suficientemente intuitiva, se puede decir que este tipo de modelo entre otras cosas incluye toda la información disponible que es relevante para el análisis del fenómeno en cuestión, se formula en términos de los parámetros de interés según la teoría económica, incorporando, por tanto, las relaciones de causalidad entre las variables de acuerdo con dicha teoría y se formula en términos de parámetros que resultan constantes en el tiempo. La característica primordial de este tipo de modelos es que son causales de acuerdo con una determinada teoría y en lo que sigue, al coste de no ser suficientemente precisos, se les denominará simplemente modelos causales.

En el análisis de la coyuntura económica resulta imprescindible el uso de los modelos econométricos para predecir y esa labor se puede realizar con cualquier tipo de modelo. En este trabajo nos centraremos principalmente en la utilidad predictiva de los modelos, pero si el analista dispone de modelos econométricos causales podrá además incluir en su análisis una descripción de las características del fenómeno económico objeto del estudio, que ilustrarán y fundamentarán las previsiones sobre su evolución futura. Además, con dichos modelos puede ser factible simular la evolución del fenómeno utilizando supuestos diferentes sobre el comportamiento de las variables que puede controlar la autoridad económica. Los resultados de estas simulaciones son muy útiles para discernir entre políticas alternativas. Como se discute más adelante, modelos econométricos con fines exclusivamente predictivos son mucho más fáciles de construir que modelos que además sirvan para el análisis estructural y la simulación.

En la modelización econométrica moderna, véase Clements y Hendry (1999), ya no se parte de la hipótesis de que el proceso que genera los datos (PGD) es inmutable, como quizás podría asumirse en astronomía, sino que se considera un supuesto más realista consistente en que tal proceso está sujeto a cambios estructurales.

Los cambios estructurales son básicamente cambios imprevisibles o cambios que generan efectos que eran inestimables con anterioridad a su aparición. Si con anterioridad a un efecto

de este tipo se dispusiese de un modelo con una estructura que permitiese anticiparlo y estimarlo, ello implicaría que la evolución que el cambio comporta estaba incorporada en la estructura del modelo y en consecuencia no se trataría de un cambio estructural según la definición anterior. Por lo tanto, modelos congruentes capaces de dar una explicación aceptable del comportamiento de los datos hasta el presente no van a anticipar cambios estructurales, debido a la propia naturaleza de tales cambios. Esta incapacidad de anticipar el efecto del cambio estructural no invalida el contenido explicativo del modelo sobre los datos anteriores al cambio, pero ciertamente exigirá una reformulación del mismo que recoja los efectos del cambio estructural desde que éste aparece. Por ejemplo, la introducción del euro en 2002 puede alterar los hábitos de gastos de los turistas alemanes que visitan España. Un modelo econométrico sobre el gasto en términos reales de dichos turistas en función de un indicador de renta y de diferentes tipos de precios relativos recoge una explicación de cómo se genera tal gasto incluyendo unas estimaciones de las elasticidades del gasto respecto a la renta y los precios relativos. La introducción del euro no invalida la explicación que el modelo da de los datos anteriores a 2002, aunque el modelo fuese incapaz de predecir adecuadamente el gasto de los mencionados turistas en este año en el que supuestamente se ha producido un cambio en los hábitos de gasto. Ciertamente a partir de 2002 el modelo deberá reformarse, de acuerdo con alguna de las direcciones que se mencionan más adelante, para captar los efectos de tal cambio.

Ante un supuesto cambio estructural específico, la cuestión de si el cambio es realmente estructural o si sus efectos se hubiesen podido predecir no tiene una respuesta fácil. No es descartable que con datos minuciosos de los gastos de los turistas de Alemania Occidental en los principales países receptores incluidos Alemania Oriental y los países del bloque soviético durante los treinta últimos años, se hubiese podido estimar una estructura de cambios en las elasticidades de los modelos econométricos de gasto para todos los países de destino, que valiese también para anticipar el cambio en el gasto de los turistas alemanes en España en 2002. Ciertamente con más información y con el mayor análisis que tal información requiere determinados cambios que se aceptan como estructurales se podrían anticipar. En este sentido lo que empieza a denominarse como «predicción de los cambios estructurales» es uno de los retos más apasionantes de la predicción económica.

En economía el proceso generador de un determinado conjunto de datos no suele tener distribuciones estadísticas fijas, es decir no suele ser un proceso estacionario, sino que éstas evolucionan en el tiempo integrando hacia el futuro las realizaciones pasadas. Así, por ejemplo, el nivel medio —que podría contemplarse como valor de equilibrio— de un fenómeno económico no suele ser constante, sino que evoluciona a lo largo del tiempo. Clements y Hendry (1999) demuestran que con procesos generadores de datos no-estacionarios y sujetos a cambios estructurales, conviene tener presente que un modelo causal no es necesariamente el que mejor predice.

Los buenos modelos con fines predictivos deben poder ajustarse con prontitud a los cambios estructurales. Los modelos causales lo tienen que hacer introduciendo nuevos esquemas

causales si es el caso, o realizando ajustes de nivel como ya se proponía con la técnica de TLC de Klein (1971).

La necesidad y realismo de reformular los esquemas causales incluidos en un modelo a medida que aparece nueva evidencia queda muy patente en la historia reciente de la econometría aplicada. Modelos ampliamente estudiados por diversos autores como la función de consumo, la demanda de dinero, un modelo para la determinación de la inflación, etc. continúan siendo objeto de formulaciones más apropiadas, véase por ejemplo, Clements y Hendry (1999), Hendry (2001), etc.

En otras ocasiones un cambio estructural puede implicar simplemente un cambio en el nivel de la variable bajo estudio, que puede acomodarse mediante un cambio en el término constante del modelo econométrico causal. Así por ejemplo, la entrada de España en la Unión Económica Europea facilitó las importaciones españolas de bienes intermedios y éstas registraron un alza permanente en su nivel, que en los modelos econométricos mencionados anteriormente sobre dicha variable se tuvo en cuenta mediante un cambio en la constante del modelo correspondiente.

Hay una forma automática de incluir hacia el futuro el efecto de un cambio de nivel. El mecanismo que lo implementa se denomina de raíz unitaria. Un modelo de raíz unitaria es, por ejemplo, aquél en el que se especifica que el nivel de la variable en el momento t es igual al nivel en el momento anterior —es decir, el modelo incorpora el pasado con coeficiente o raíz de valor unitario— más una constante y un término aleatorio de corto plazo. Un esquema de este tipo puede servir para representar el índice de producción industrial anual europeo, I_t , si previamente se han eliminado las oscilaciones estacionales de nivel. Así,

$$I_t = c + I_{t-1} + W_t, \quad \forall t, \quad (1)$$

Donde c es una constante y W_t un componente a corto plazo. Si en el momento t se produce un cambio en el nivel de la variable, el modelo en ese momento no lo recoge, pero a partir de $(t+1)$ sí, ya que, dado que

$$I_{t+1} = c + I_t + W_{t+1},$$

I_{t+1} depende del valor observado I_t que ya incorpora dicho cambio.

Box y Jenkins (1970) popularizaron el esquema de raíces unitarias que permite tanto la formulación de modelos ARIMA, en los que W_t sólo depende del pasado de I_t , como otro tipo de modelos, mucho más importante para el análisis económico, en el que W_t depende de otras variables (explicativas) económicas. Dentro de este tipo de modelos están los denominados modelos de indicador(es) adelantado(s). Estos últimos recogen una clase de modelos econométricos especialmente útiles para la predicción económica y, por ende, para el análisis de la coyuntura.

En efecto, ante un cambio de nivel, modelos con raíces unitarias pueden predecir mejor los datos posteriores al cambio sin necesidad de reajuste alguno, que modelos causales, a pesar de que estos últimos incluían una explicación certera de los factores determinantes de los datos. Esto es así porque, con el cambio estructural el modelo causal necesita un reajuste y si éste no se realiza el modelo empezará a predecir mal. Obviamente un modelo causal debidamente reajustado tras cada posible cambio estructural es el instrumento ideal para el análisis de la coyuntura económica. Esos reajustes pueden ser costosos y por ello en el análisis de la coyuntura está muy extendido el uso de modelos de raíz unitaria con indicadores adelantados.

1.3. *Información y metodología en la predicción económica. Actualización de las predicciones: modelos mensuales*

Las predicciones macroeconómicas resultan útiles a los agentes económicos para tomar decisiones y planificar sus acciones en función de las expectativas plasmadas en tales predicciones. En particular, la determinación de medidas de política económica por parte de la autoridad correspondiente se realiza, en gran medida, en función de predicciones. Las predicciones como la cuantificación de expectativas, constituyen un pilar básico en las acciones económicas y su elaboración es una de las labores más demandadas a los economistas en los ámbitos más desarrollados del mundo actual.

En este contexto, para que una predicción resulte útil en la dirección indicada, no sólo debe basarse en modelos econométricos como forma de asegurar que su elaboración tiene lugar a través de una metodología eficiente y objetiva, sino que debe construirse utilizando toda la información relevante disponible. Actualmente, en los países desarrollados la información macroeconómica es abundante, aunque claramente todavía insuficiente, y una parte importante de la misma se recoge mensualmente. Con este flujo intenso de información los agentes demandan actualizaciones frecuentes de las predicciones y en muchos casos esto requiere el uso de modelos econométricos mensuales. Con esta periodicidad mensual resulta que con bastante frecuencia no es posible la construcción de modelos econométricos causales, pues no se suele disponer de información con dicha periodicidad sobre todas las variables explicativas incluidas en ellos. Ésta es una de las razones principales, junto con la mencionada anteriormente, por las que para la predicción económica los modelos con indicadores adelantados tienen, por el momento, mayor protagonismo que los modelos causales.

La disyuntiva en la predicción económica entre modelos econométricos causales, dígame de periodicidad trimestral, y modelos mensuales de indicador adelantado no tiene una solución satisfactoria. Los primeros no sólo proporcionan predicciones, sino que además señalan los factores que los causan, dando por tanto una visión completa de la predicción, que es la que realmente necesitan y demandan los agentes económicos y, en particular, la autoridad económica. Sin embargo, con estos modelos no suele ser posible la actualización mensual de sus prediccio-

nes, con lo que éstas ignoran una información disponible que puede ser muy importante y en tal caso resultan ser predicciones ineficientes. Así, por ejemplo, un modelo trimestral sobre la inflación que, entre otras, incluya variables que recojan el exceso de demanda final a través de los datos de la contabilidad nacional, resulta potencialmente muy útil ya que no sólo generará predicciones de inflación para los próximos trimestres, sino que señalará el efecto que en ellas tiene la evolución de la demanda final. Ahora bien, los datos de inflación, medida ésta a través del IPC, se disponen en $(t+1)$, siendo t el mes de referencia para el dato en cuestión. Sin embargo, la contabilidad nacional trimestral se dispone en $(t+2)$ siendo t el último mes del trimestre de referencia. Esto implica que las predicciones trimestrales de inflación con dicho modelo ignorarán siempre el último dato mensual de inflación publicado, y antes de que se actualice en el próximo trimestre la predicción de inflación aparecerán otros dos nuevos datos mensuales de inflación. Ni los agentes económicos ni mucho menos la autoridad monetaria se pueden permitir el lujo de ignorar ese flujo de datos sobre el IPC a la hora de construir sus predicciones. En tales casos, modelos alternativos a los causales para realizar predicciones son muy necesarios. Estos modelos alternativos con periodicidad mensual —por ejemplo, modelos de indicador adelantado— utilizan toda la información disponible sobre la variable en cuestión, inflación en el ejemplo anterior, y sobre las variables que actúan de indicadores adelantados —como precios de producción, precios de importación, precios internacionales, etc., en el ejemplo mencionado—, pero ignoran la información, a otro nivel de frecuencia temporal, sobre las variables causantes de la inflación, por lo que sus predicciones tampoco resultan eficientes.

En algunos casos se está produciendo un acercamiento entre ambas orientaciones, consistente en trabajar con modelos mensuales de indicador adelantado, tratando de construir e incorporar en dicho modelo indicadores sintéticos que puedan servir de aproximación a las variables causales. Stock y Watson (1998) es un ejemplo, no exento de problemas, de dicha orientación, en el que se utiliza un indicador sintético para aproximar el exceso de demanda final en un modelo mensual de inflación. Pero incluso en estos casos que se intenta llegar a una solución de síntesis entre ambas orientaciones, las predicciones con el modelo resultante no ilustran suficientemente los factores causales que están tras la predicción. Esto es así porque el indicador sintético es una cierta aproximación de la variable causal correspondiente, pero la relación entre ambos contiene un nivel de imprecisión alto y, lo que es más grave, con frecuencia no es una relación estable. Eso hace también que en ocasiones modelos de este tipo no sean estables, con lo que en tales casos no resulta aconsejable ni justificable su uso para predecir.

Con frecuencia, pues, hay que escoger entre trabajar con modelos causales, ignorando la información más reciente sobre la variable de interés, o emplear modelos de indicador adelantado que ignoran los factores causales de la variable que se desea predecir. La segunda opción suele dar predicciones más precisas y a este tipo de modelos nos restringiremos en el resto del artículo.

De lo dicho se desprende que para realizar buenas predicciones económicas se requiere información y metodología econométrica adecuada para el tratamiento de la misma. En ambos

casos la teoría económica tiene un papel determinante: para seleccionar y estructurar la información, en el primero, y para formular los modelos econométricos de acuerdo con los dictámenes teóricos, en el segundo. La conclusión es que el procedimiento de predicción más ajustado posible será aquél que trate adecuadamente al máximo de información relevante disponible dentro del modelo econométrico más eficiente. Ahora bien, la metodología econométrica actual requiere que la información empleada sea homogénea y sistemática. Esto generalmente imposibilita el uso dentro de los modelos econométricos de información que aparece muy irregularmente en el tiempo o correspondiente a ámbitos de referencia distintos a lo largo del tiempo. Sin embargo, esta información puede ser relevante para la predicción, con lo que un analista que sea capaz de procesarla subjetivamente de forma adecuada, puede dar, incluso careciendo de todo tipo de modelo econométrico, predicciones más ajustadas que las procedentes de un buen modelo econométrico que no ha podido considerar dicha información irregular y no sistemática. Es frecuente encontrar casos puntuales en los que la predicción subjetiva es más ajustada que la econométrica, pero es muy difícil que eso ocurra de forma continuada, pues dicha información especial resulta muy relevante en momentos concretos, mientras en la mayor parte del tiempo su valor añadido sobre la información de carácter homogéneo y sistemático es escaso. Cuando esto no es así, las oficinas de estadística acaban, más o menos pronto, por organizar y homogeneizar la recogida sistemática de tal tipo de información, con lo que en el futuro puede utilizarse dentro de modelos econométricos.

Es importante ser conscientes que la predicción basada en modelos econométricos es una labor científica que en su implementación requiere información relevante y el desarrollo de una metodología estadísticamente adecuada. Mejorar en ambos frentes, informativo y metodológico, es el camino certero para obtener predicciones cada vez más ajustadas y, por tanto, más útiles para los agentes económicos.

1.4. La experiencia de los agentes económicos sobre la importancia de las predicciones económicas

La importancia que en este trabajo se da a la predicción econométrica puede sorprender al lector en el sentido de que en su práctica profesional no haya experimentado la importancia de tales predicciones. La primera cuestión que conviene aclarar es que un buen procedimiento de predicción econométrica es, en general, costoso de construir y muchas veces la experiencia de los agentes económicos es simplemente con malos procedimientos de predicción. Pero esto genera un círculo vicioso: los agentes no invierten en procedimientos econométricos de predicción, porque su experiencia con procedimientos anteriores no ha sido satisfactoria, pero esto ha sido así porque debido a una falta de inversión mínimamente adecuada los procedimientos empleados eran muy defectuosos. Este círculo vicioso es especialmente grave en España, y su ruptura no es en absoluto fácil. Los académicos podemos insistir en los beneficios que para la

empresa y para la política económica pueden tener buenos procedimientos econométricos de predicción, pero sin suficientes inversiones para poner en marcha proyectos concretos de predicción es imposible que los agentes económicos experimenten el interés de tales predicciones.

El problema anterior se agrava con la existencia de predicciones de consenso tal como se realizan actualmente en muchos países como España. La existencia de tales predicciones induce a muchos agentes a pensar que no van a obtener mejores predicciones invirtiendo en proyectos que generen predicciones basadas en modelos econométricos. Pero eso no es cierto. Una persona o institución puede dar sus predicciones concretas para que se construya la predicción de consenso sin haber hecho público en ningún momento el procedimiento empleado y sin presentar una evaluación de sus predicciones durante un período anterior suficientemente largo. Esto hace que predicciones de consenso obtenidas a partir de predicciones procedentes de una o varias decenas de instituciones no sean de un consenso tan amplio. Con frecuencia sólo dos o tres instituciones, en el mejor de los casos, disponen de auténticos procedimientos de predicción y los demás siguen, quizás con ciertas modificaciones, a estas instituciones líderes. El problema se agrava mucho más cuando los medios de comunicación publican predicciones de consenso citando a las instituciones participantes, pero sin dar las predicciones individuales. En tales casos participar en el consenso tiene el beneficio de la publicidad de la institución sin el riesgo o coste de que el público pueda detectar que las predicciones son sistemáticamente malas.

Esto último alerta de que a la hora de utilizar predicciones en un proceso de toma de decisiones es muy importante conocer la fiabilidad histórica para la variable de interés del método de predicción empleado. A partir de él se conoce la calidad de la predicción usada y si ésta resulta insuficiente se puede pensar en invertir en un nuevo proyecto de predicción en el que se establezcan claramente los conductos por los que el nuevo procedimiento será capaz de mejorar las predicciones anteriores.

Con esta orientación la predicción macroeconómica sí que puede ser un *input* indispensable en el análisis de la coyuntura. De hecho, la predicción econométrica específica al ámbito de una empresa constituye también un instrumento de gran utilidad en el proceso de toma de decisiones, pues reduce costos innecesarios o aumenta directamente los beneficios.

2. La desagregación en la predicción económica

2.1. *La desagregación como fuente relevante de información*

En el análisis de la coyuntura hay tres grandes áreas en las que las predicciones son especialmente demandadas: *a)* variables de la economía real, *b)* variables de los mercados de trabajo, *c)* precios. En todas ellas la información suele difundirse a través de indicadores económicos para el agregado correspondiente a la economía nacional en cuestión, como puede ser el índice de producción industrial, la tasa de paro o la tasa de inflación. Ciertamente las predicciones

que se demandan son sobre estos grandes agregados nacionales, pero variables agregadas como las mencionadas plantean el problema de si, para fines de predicción y diagnóstico, es conveniente considerar la información (desagregada) de los distintos componentes que configuran la variable global y en caso afirmativo cuáles son los límites en el análisis desagregado.

La desagregación es una forma de aumentar la información. Ahora bien, como se ha mencionado anteriormente lo importante es que el aumento de información sea relevante y, en efecto, la teoría económica sugiere que ése puede ser el caso con la desagregación. Tal desagregación se puede realizar según los tipos de mercados en las variables de precios, de acuerdo con los sectores productivos en el caso de variables de actividad real y según grupos de población en variables del mercado de trabajo.

En concreto, en los dos primeros casos la desagregación resulta de interés porque los diferentes mercados y los diversos sectores productivos se enfrentan con ofertas y demandas muy distintas que generan comportamientos —tendencias, estacionalidad, oscilaciones cíclicas, volatilidad, etc.— muy diferentes en precios y producción. Especialmente importante es el hecho de que se generen diferentes tendencias en los componentes de un índice global de precios, de un índice de producción industrial, del producto interior bruto, etc.

Igualmente, en el mercado de trabajo la oferta y la demanda tiene características muy distintas dependiendo de la edad, sexo y educación de la mano de obra.

Los mercados son heterogéneos tanto por el lado de la demanda como por el de la oferta y, en consecuencia, por la flexibilidad de adaptarse la segunda a la primera. Las demandas son diferentes porque el cambio de preferencias de los consumidores afecta de forma distinta a los diversos bienes y servicios. Así, actualmente, por ejemplo, este cambio de preferencias afecta más a los servicios turísticos que a los bienes alimenticios. Además el nivel y facilidad de información sobre calidad y precio de los diferentes oferentes a los que pueden acceder los consumidores varían mucho entre mercados y ciertamente no son iguales en el mercado de prendas de vestir que en el de servicios odontológicos. En consecuencia, el nivel de demanda cautiva varía enormemente de unos mercados a otros.

Al mismo tiempo la posibilidad de incorporar innovaciones tecnológicas es muy distinta a través de sectores productivos, como lo es también el acceso a la entrada de nuevas empresas, el ciclo productivo y la facilidad de acumular existencias para atender picos estacionales de demanda.

Por todo lo anterior, en los mercados de una misma economía nacional y, por tanto, sujetos a una misma política monetaria, los precios y la producción muestran comportamientos diferenciados incluso en su evolución a medio plazo o tendencial. En tal caso realizar un análisis de un índice general de precios a través de una desagregación del mismo por mercados o el análisis de la producción global mediante una desagregación por sectores puede aumentar mucho la información relevante para formular predicciones sobre los agregados mencionados.

Para que desagregando se obtenga un aumento significativo de información relevante es necesario que la desagregación se lleve a cabo con criterios económicos. De acuerdo con la discu-

sión precedente esto implica diferenciar componentes dentro del agregado, grupos de mercado, en el caso de los precios, o grupos de sectores, en el caso de la producción, que tengan características bien distintas entre sí, al tiempo que los mercados o sectores incluidos en cada grupo sean suficientemente homogéneos. Frente a este criterio funcional expuesto para la desagregación podría contemplarse un criterio geográfico. Dentro de una misma economía nacional la desagregación geográfica no recoge diferencias apreciables en precios (véanse gráficos 1 y 2) por lo que resulta de escasa utilidad. Dentro de áreas económicas como la Unión Monetaria la desagregación geográfica sí que refleja diferencias importantes entre los índices de precios de los distintos países como puede verse en el gráfico 3.

No obstante, en Espasa *et al.* (2001) se da evidencia empírica de que para predecir el agregado la desagregación funcional es mucho más importante que la geográfica. En realidad la desagregación geográfica dentro de la Unión Europea es útil si se combina con la referente a mercados mencionados anteriormente, véase Espasa *et al.* (2001).

En general, la experiencia apunta a que la desagregación geográfica es de escaso interés a escala nacional. Su interés aumenta desde el punto de vista del área económica, pero en tal caso lo que resulta realmente útil es la desagregación combinando el criterio funcional con el geográfico. La cuestión radica en que el fundamento de la desagregación es para obtener componentes en los que la configuración dentro de cada componente sea relativamente homogénea al tiempo que entre componentes se capte una diversidad realmente relevante. Por eso la desagregación funcional debe estructurarse con criterios económicos, pero éstos se acomodan mal en una pura desagregación geográfica basada en criterios político-administrativos. Por ello, la mera desagregación geográfica no genera componentes de contenido suficientemente homogéneos dentro de cada uno y suficientemente diversos entre ellos.

De hecho para lograr tales propiedades con la desagregación funcional es importante proceder por primeros principios. Así, la desagregación que en los países de la Unión Europea se hace del IPC en términos de subíndices correspondientes a categorías de gasto diferentes no se adecua al principio establecido anteriormente de que los subíndices de precios considerados deben reflejar grupos de mercados con características de oferta y demanda relativamente homogénea dentro de cada grupo. En las doce categorías oficiales de gasto esto no ocurre, pues en muchas de ellas se incluyen precios tanto de bienes como de servicios que claramente tienen condiciones de mercado diferentes.

Por ello, en Espasa *et al.* (1987) ya se proponía desagregar el IPC en un índice de precios de servicios y otro de bienes. Este último a su vez se descomponía en bienes energéticos, alimentos no-elaborados y otros bienes. Con ello se diferencian precios procedentes de mercados con propiedades distintas: servicios y bienes. Además, dentro de este último se desagrega en otros tres componentes para captar hechos diferenciados como que, la oferta venga determinada por un cartel internacional y que esté sometida a impuestos indirectos especiales, o que la producción esté afectada por importantes ciclos estacionales con posibilidades limitadas, por factores reales y administrativos, de importaciones de choque.

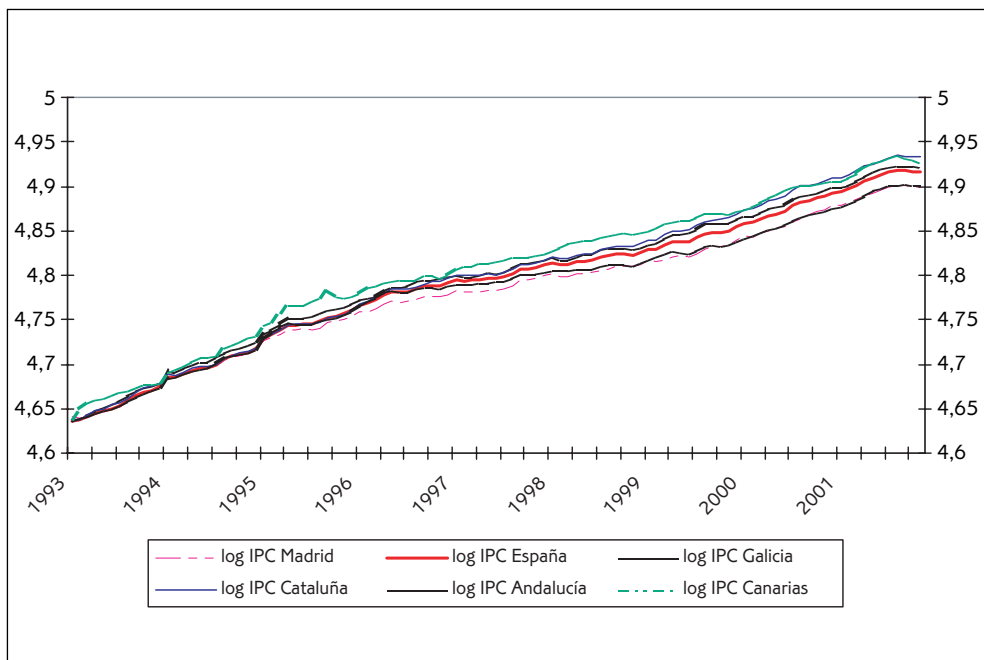


GRÁFICO 1a. Índices de precios al consumo en las comunidades autónomas (escala logarítmica).

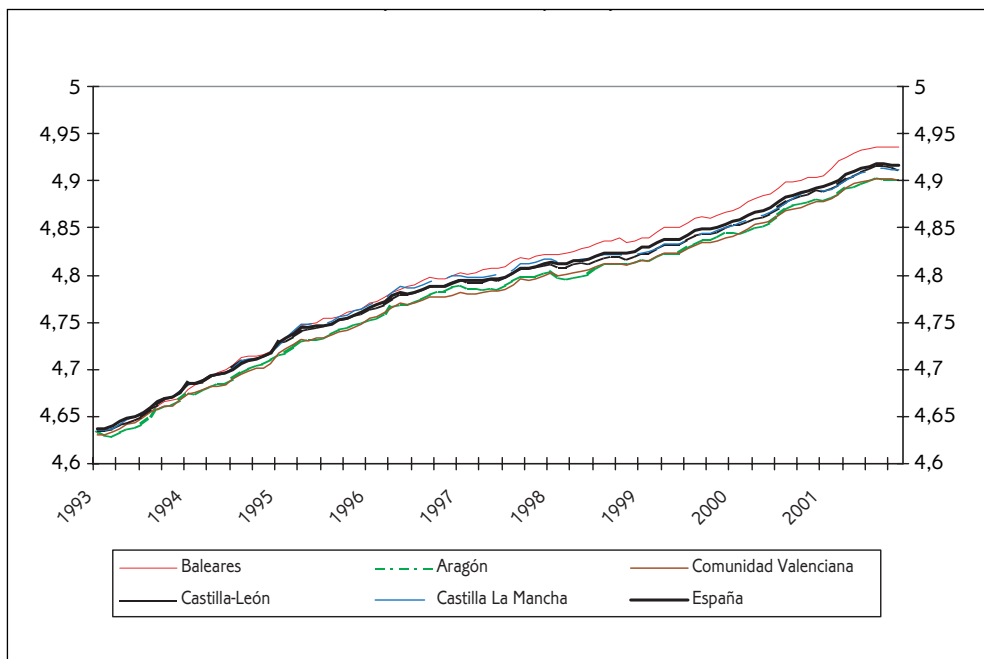


GRÁFICO 1b. Índices de precios al consumo en las comunidades autónomas (escala logarítmica).

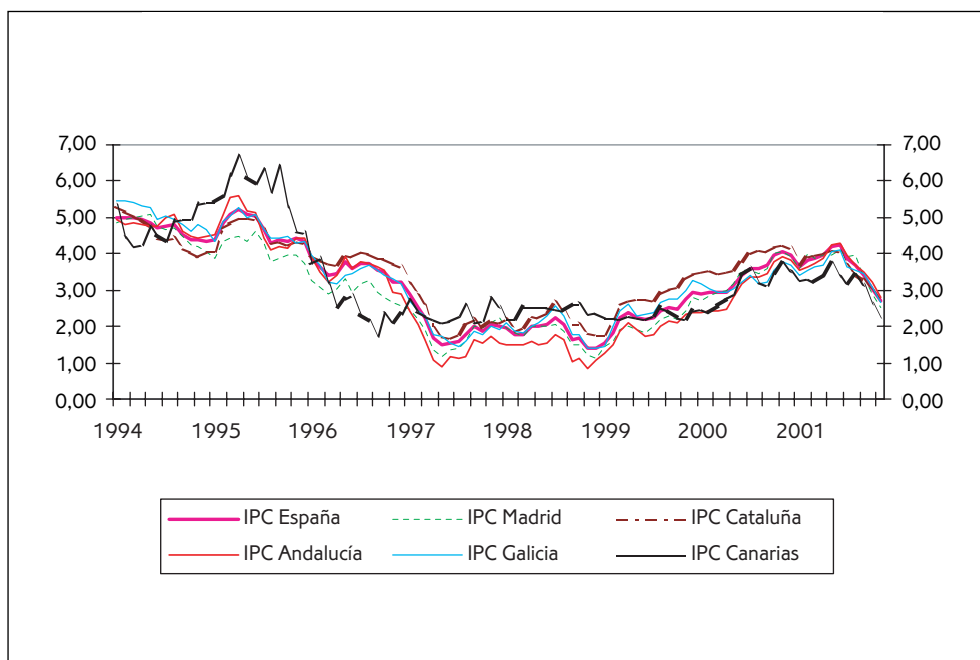


GRÁFICO 2. Índices de precios al consumo en las comunidades autónomas (tasas de crecimiento anuales).

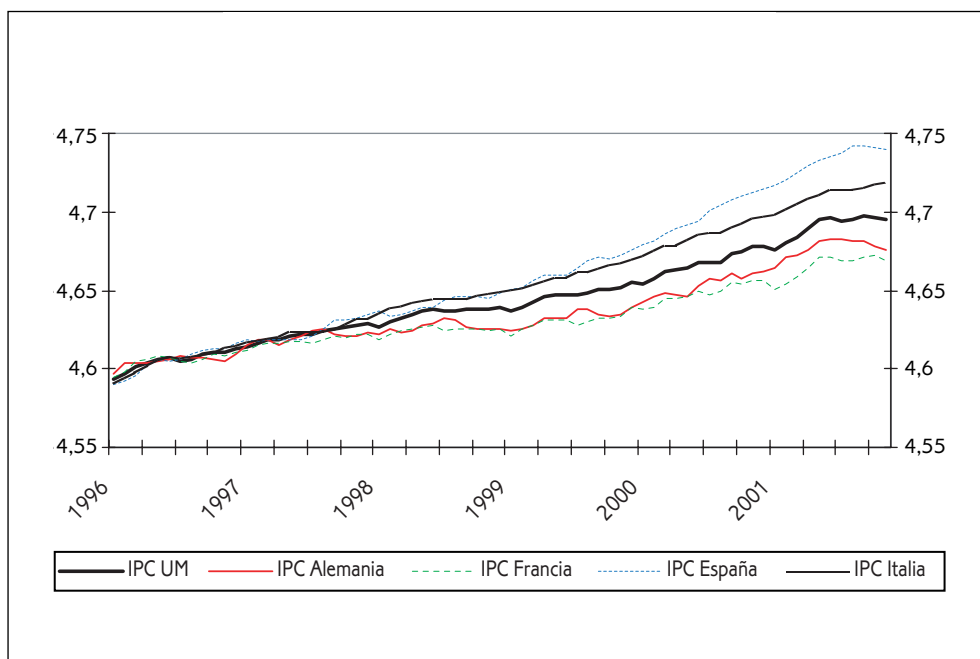


GRÁFICO 3. Índices de precios al consumo en la unión monetaria (escala logarítmica).

En variables de producción la desagregación por sectores productivos de acuerdo con las clasificaciones estándar generan componentes menos informativos que la basada en una clasificación en función del destino de los bienes productivos. A saber: bienes de consumo —duraderos, alimenticios y otros bienes no-duraderos— de equipo e intermedios— energía y otros. Esta última clasificación resulta más útil pues incorpora el hecho de demandas diferenciadas.

Aplicando una desagregación con los principios mencionados se encontrará que los datos empíricos correspondientes a los distintos componentes tienen propiedades estadísticas de tendencia, estacionalidad, oscilaciones cíclicas, volatilidad, etc. diferentes. En los gráficos 4 y 5 pueden verse las diferencias tendenciales y cíclicas, respectivamente, en los índices de producción industrial europeos.

Las tendencias en las variables económicas están estrechamente relacionadas con el concepto econométrico de cointegración. Se mencionó al principio que las variables económicas integran hacia el futuro las realizaciones pasadas, con ello tales variables a largo plazo tienden hacia comportamientos no-nulos incluso al eliminar un posible factor constante. Cointegración entre un conjunto de variables implica que las correspondientes evoluciones de largo plazo no son libres, sino que están relacionadas o restringidas entre sí. Así, si analizamos los datos de consumo privado y los correspondientes de renta observamos que las evoluciones a largo plazo entre ambas variables no son independientes, sino que tal evolución en el consumo viene determinada por la renta. En tal caso diremos que existe una relación de cointegración.

Si se tienen n variables, el máximo número posible de restricciones en el largo plazo o relaciones de cointegración es $(n-1)$. Cuando ese máximo se da podemos decir que las variables están plenamente cointegradas, ya que en los n componentes sólo existe un único factor ten-

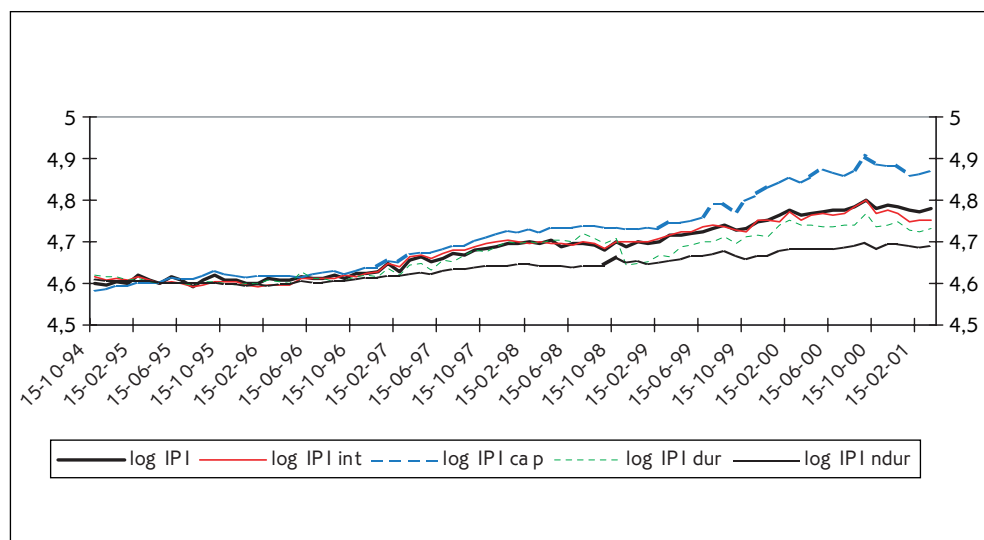


GRÁFICO 4. Índices de producción industrial europeos (escala logarítmica).

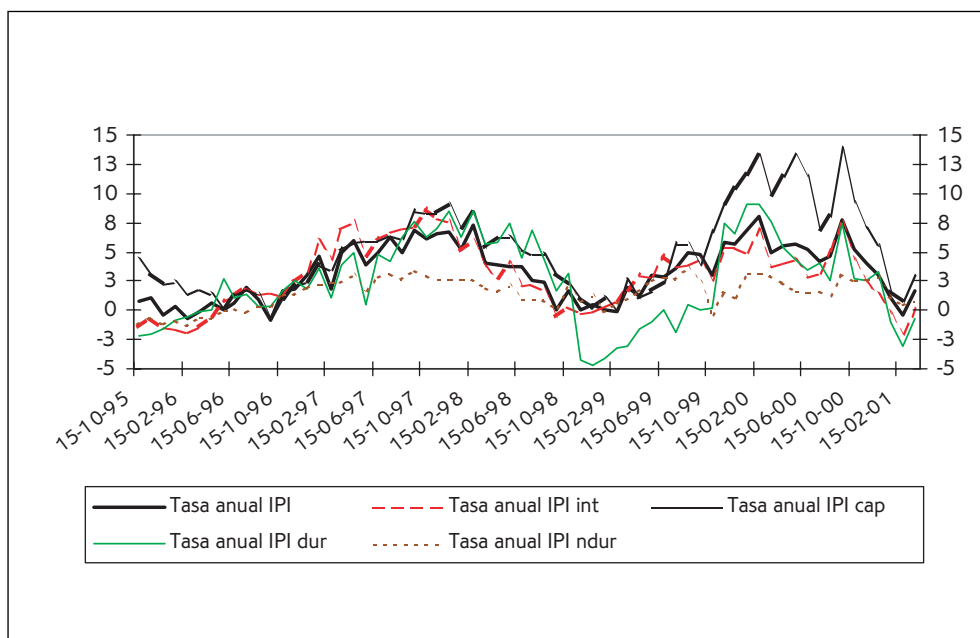


GRÁFICO 5. Índices de producción industrial europeos (tasas de crecimiento anuales).

dencial común. En tal caso diremos que las tendencias de los componentes no están diferenciadas. En el ejemplo anterior de dos variables, consumo y renta, no hay dos tendencias diferenciadas. Al contrario existe un solo factor tendencial común que determina la tendencia de la renta y a través de ella la tendencia del consumo.

La cointegración puede aplicarse a un conjunto de n variables componentes de una variable económica agregada. Si existiese cointegración plena entre los n componentes la desagregación por motivos tendenciales no será, en general, de interés. Incluso desagregando se puede captar peor el factor tendencial común que es el factor dominante en las predicciones.

Sin embargo, la cointegración plena no es un resultado general que se encuentre al analizar n componentes —obtenidos por los principios discutidos anteriormente— de un agregado. El resultado más general es que solamente existen $(n-r)$ relaciones de cointegración, siendo r un número entero mayor que uno e igual o menor que n . En tal caso existen r factores tendenciales generando las tendencias de los n componentes. Esta diversidad tendencial no se capta analizando el agregado tal cual; sin embargo, con la desagregación —siempre realizada sobre la base de razones económicas— los componentes contienen información muy valiosa sobre la diversidad tendencial presente en los datos. Éstos son los casos en los que la desagregación es importante.

Una consecuencia de que las componentes de un agregado tengan tendencias distintas no relacionadas entre sí es que la tendencia del agregado será relativamente compleja. En efecto, existiendo r factores tendenciales, las innovaciones en el agregado tendrán efectos distintos a largo plazo dependiendo del factor tendencial del que principalmente procedan. La complejidad

tendencial mencionada se refiere a la estructura de su modelo, ya que las innovaciones fluctuarán menos —tendrán menor varianza— que las de ciertos componentes debido al efecto de la agregación. Es de esperar, por tanto, que el modelo para el agregado sea: 1) complejo con restricciones importantes en su estructura, pero 2) con mayor proporción señal/ruido que muchos de sus componentes. Lo primero complica la estimación de un modelo para el agregado y lo segundo la facilita.

La experiencia demuestra que se obtienen modelos univariantes muy simples para los agregados macroeconómicos, indicando que posiblemente no se está captando con ellos la dificultad estructural de la tendencia en el caso de que los componentes del agregado no estén plenamente cointegrados. Por el contrario, analizando el agregado a través de sus n componentes se tiene que modelos univariantes simples para los componentes pueden implicar un modelo univariante complejo en el agregado y, por tanto, recoger una estructura tendencial complicada.

La ganancia en la desagregación dependerá de que: 1) se desagregue en una dirección tal que genere aumentos importantes en la información sobre las restricciones y complejidad de la tendencia del agregado a la vez que 2) las relaciones señal/ruido de los componentes no se deterioran mucho permitiendo una buena estimación de los modelos de los componentes. Como ya se ha comentado, la teoría económica es muy relevante para lo primero. En cuanto a lo segundo, si es procedente, los métodos estadísticos de recogida de información y construcción de las variables macroeconómicas podrían mejorarse para aumentar las relaciones señal/ruido de ciertos componentes. Así pues, la desagregación, realizada según los principios establecidos y comprobando que en dicha operación las relaciones señal/ruido de los componentes no se deterioran en exceso, inducirá, en general, a una ganancia en la predicción del agregado.

2.2. *Un ejemplo de desagregación*

En el análisis de un índice de precios al consumo por mercados se observa que hay algunos en los que los precios tienen claramente comportamientos tendenciales diferentes debido principalmente a características de la oferta —monopolística, ciclos naturales de producción— y a la aplicación de impuestos especiales. Estos mercados suelen ser los de productos energéticos y alimentos no-elaborados. Los correspondientes índices de precios no sólo tienen tendencias diferenciadas del resto —véase gráfico 6— sino que son mucho más oscilantes.

Siguiendo el análisis del IPC español llevado a cabo por el *Boletín de inflación y análisis macroeconómico* (BIAM) en los últimos ocho años, se puede decir que en el caso del IPC español estos precios con tendencias distintas por motivo de oferta y con mayor errancia en su evolución son los correspondientes a productos energéticos (ENE), alimentos no-elaborados (ANE) y los pertenecientes a un conjunto (XT) que incluye tabaco (TAB), aceites y grasas (AC) y servicios de paquetes turísticos todo incluido (TUR). En el año 2001 estos precios suman el 22 % del IPC. Así pues, una primera desagregación de interés del IPC es en dos componentes que, si-

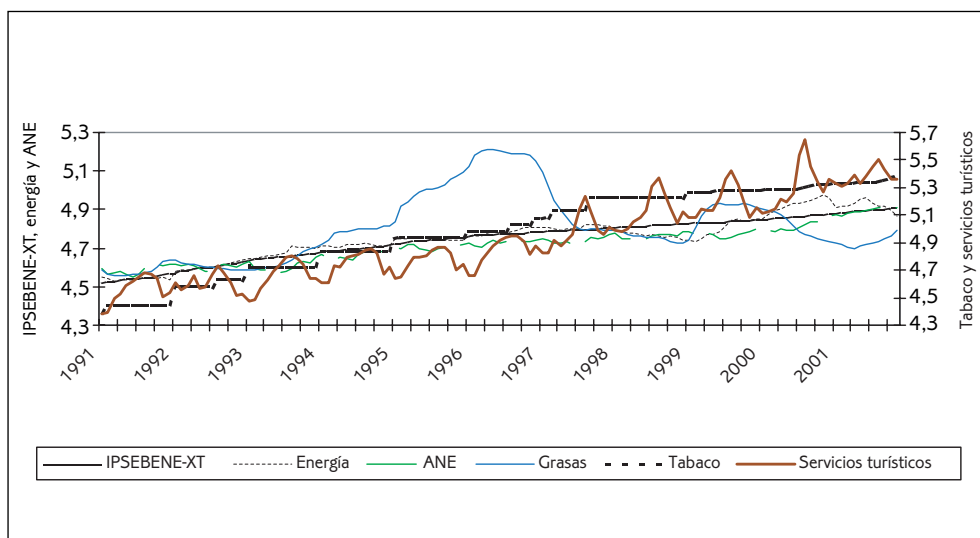


GRÁFICO 6. Índices de precios al consumo en España (escala logarítmica).

guiendo la publicación mencionada, denominaremos residual (RES) y tendencial (IPSEBENE-XT). El primero está formado por los índices detallados anteriormente, ENE, ANE, TAB, AC, TUR y el segundo por el resto, que supone el 78 % del IPC. Este índice (tendencial) está formado por precios de servicios y bienes elaborados no-energéticos con ciertas exclusiones (XT), que en este caso son tabaco, aceites y grasas y paquetes turísticos, de ahí la terminología IPSEBENE-XT con la que se designa tal índice. Obsérvese que en Espasa *et al.* (1987) se proponía una descomposición en la que el término residual venía formado exclusivamente por los precios energéticos y de los alimentos no-elaborados y el tendencial por los precios de los servicios y de los bienes elaborados no-energéticos (IPSEBENE) y a la inflación procedente de este último índice se le denominaba subyacente, término que posteriormente ha sido de aceptación general en España. Sin embargo, el IPSEBENE contiene elementos muy concretos como TAB, AC y TUR que tienen características muy distintas al resto de componentes de este índice, por lo que conviene eliminarlos del mismo y pasarlos al índice residual, como se hace en el BIAM.

A la inflación calculada con el IPSEBENE-XT se puede denominar tendencial, pues tiene una evolución menos errática que la inflación global del IPC. A la inflación en el índice RES se le puede denominar residual. Esta descomposición es útil para presentar los resultados y expectativas de inflación, pues los impactos o sorpresas en el IPSEBENE-XT tienen un claro efecto persistente multiplicador, mientras que en el índice residual tal efecto es muchísimo menor. Pero no es cierto que las predicciones del IPSEBENE-XT aproximen convenientemente la tendencia de las predicciones del IPC, ya que los índices RES e IPSEBENE-XT no están cointegrados. En consecuencia, las predicciones del IPC se deben obtener agregando las correspondientes a IPSEBENE-XT y a RES.

Los componentes del IPSEBENE-XT, índices de precios de servicios (SERV), índice de precios de alimentos elaborados excluidos tabaco, aceites y grasas (AE-X)² y resto de bienes (manufacturas) en dicho índice (MAN) tienen tendencias distintas, pues claramente las ofertas y demandas en los correspondientes mercados tienen factores determinantes diferentes que afectan a la tendencia de los precios. Así pues, conviene desagregar el IPSEBENE-XT en los tres componentes mencionados porque, además en todos ellos la relación señal/ruido es alta. Así mismo, los componentes del índice RES especificados anteriormente tienen también una tendencia muy diferente y conviene desagregar el índice RES de acuerdo con tal especificación. En Lorenzo (1998) se demuestran las ganancias importantes en la predicción del IPC aplicando la desagregación propuesta.

El tipo de desagregación propuesta para el IPC español es de validez internacional al menos para economías desarrolladas. Las particularidades nacionales están en el conjunto de precios XT que se excluye del IPSEBENE y se incluye en el índice residual. Obsérvese que algunos países como EEUU calculan una medida de inflación subyacente que excluye los precios energéticos y todos los precios alimenticios. Esto no parece conveniente pues la errancia de los precios de los alimentos elaborados tiene una varianza más próxima a la de los precios de las manufacturas que a la de los precios de los alimentos no-elaborados.

En el gráfico 7 se da una descomposición del IPC armonizado de la zona euro, sin considerar ningún tipo de precios en el conjunto XT. Las diferentes tendencias de los cinco componentes y la mayor errancia de los índices ANE y ENE son apreciables a simple vista.

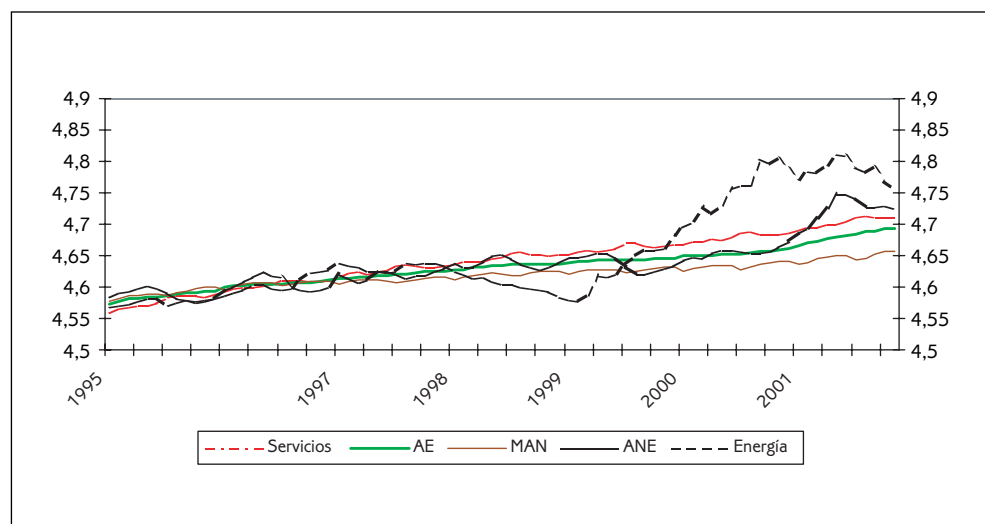


GRÁFICO 7. Índices de precios armonizados para la zona euro (escala logarítmica).

2. Injustificadamente se ha tenido la costumbre en las clasificaciones oficiales españolas —incluidos los índices de bolsa— de considerar al tabaco dentro del grupo de alimentos.

2.3. Desagregación, comportamientos no-lineales e indicadores específicos

Con la desagregación no sólo se puede incrementar de forma notoria la información sobre la complejidad de la tendencia del agregado, sino también la de todas sus facetas como la de la estacionalidad, la de las oscilaciones cíclicas, la de la evaluación de las perturbaciones a corto plazo, etc. Así, incluso en el caso que los n componentes de un agregado tuviesen un único factor tendencial, la desagregación podría ser conveniente por ganancias informativas importantes en los otros componentes.

En las oscilaciones cíclicas y en la evolución de las perturbaciones de corto es frecuente encontrar que estructuras lineales para modelizar su comportamiento no son adecuadas y son necesarios esquemas no-lineales.

Características no-lineales muy marcadas en algunos componentes aparecen mitigadas en el agregado, de forma que en los datos agregados los aspectos no-lineales pueden ser más difíciles de detectar y estimar. Pero esta dificultad en captar la no-linealidad no quiere decir que no esté en el agregado y que no sea especialmente importante en determinados momentos del tiempo. En tales casos la desagregación puede ser una vía para captar más fácilmente las no-linealidades existentes en los datos y estimarlas.

La evidencia de características no-lineales en agregados macroeconómicos se encuentran en la necesidad de aplicar análisis de intervención en los modelos ARIMA para que éstos sean aceptables para los datos. Es decir, aplicando modelos ARIMA se obtienen muy frecuentemente residuos atípicos. Estos pueden corresponder a: 1) observaciones realmente aberrantes, por ejemplo por problemas en la medición, o 2) a observaciones que se explican muy mal mediante modelos lineales. Estas últimas observaciones atípicas pasan a ser muy importantes, pues tienen un especial contenido informativo sobre la no-linealidad del sistema. En inglés se diría que estas observaciones son «*Very important data points*» y podemos denominarlas VIP.

Obsérvese que el análisis de intervención lo que hace es eliminar la influencia —el contenido informativo no-lineal— de las observaciones VIP introduciendo en el modelo variables artificiales que replican el comportamiento no-lineal. Lo que se está haciendo con este modo de proceder es matar al mensajero. Un procedimiento más aconsejable consiste en analizar el tipo de estructura no-lineal que los datos requieren. Solamente, si tras un estudio meticuloso el analista se ve incapaz de formular modelos no-lineales susceptibles de explicar tanto los datos de la muestra empleada para su estimación, como datos postmuestrales, deberá reconocer su ignorancia y recurrir al análisis de intervención.

La función de respuesta a un impulso, es decir la forma en que los impactos aleatorios (innovaciones) que afectan al sistema en cada momento se transmiten hacia el futuro, es constante para un impacto (unitario) en modelos lineales. Pero ésto es poco realista. Los modelos no-lineales permiten que tales funciones de respuesta dependan de las condiciones iniciales del sistema y del signo y de la magnitud del impacto.

Así pues, desagregando se puede detectar si algún componente requiere una estructura no-

lineal y en tal caso modelizarla adecuadamente. Con ello se estará diferenciando las distintas innovaciones que llegan al sistema a través de cada componente y dando a cada una de ellas el efecto futuro, a corto y largo plazo, que le corresponde en este momento dado su signo y magnitud. En un contexto no-lineal la desagregación cobra mayor importancia, pues discrimina entre las innovaciones que corresponden a componentes en los que se transmiten linealmente y en los que no se comportan así.

Obsérvese que al ser la no-linealidad más fácil de detectar en los componentes que en el agregado, la modelización econométrica se complica con la desagregación y es necesario que el analista realice una modelización adecuada para que la desagregación sea útil.

Con la desagregación se tiene que cada componente puede venir afectado por un indicador adelantado específico. Así, por ejemplo desagregando la inversión en construcción en la correspondiente a: a) edificación residencial, b) edificación no-residencial y c) obra civil, se tiene que se puede utilizar como indicadores adelantados en cada caso, el número de viviendas iniciadas, el índice de producción industrial y el volumen de licitaciones de obra pública, respectivamente.

Si se desagrega el IPC se obtiene una gran ventaja en el uso de indicadores adelantados. En efecto, los precios de producción y los precios de importación son indicadores de los precios al consumo. Sin embargo, un modelo sobre el IPC agregado correspondiente a bienes utilizando como variables explicativas un índice agregado de precios de producción tiene un comportamiento insatisfactorio incluso inestable, ya que los precios al consumo se agregan según una cesta de consumo y los de producción según una estructura productiva. Sin embargo, desagregando se da al modelo de cada componente de precios al consumo el correspondiente precio de producción.

2.4. Desagregación y diagnóstico

Al principio del trabajo se comentaba el interés de los modelos causales para la coyuntura económica, ya que no sólo proporcionaban predicciones, sino que señalaban los factores determinantes de las predicciones con lo que se podían formular medidas de política económica más precisas.

Con los modelos de raíces unitarias e indicadores adelantados se pueden obtener predicciones muy ajustadas, pero sin señalar los factores causales de los mismos. Sin embargo, desagregando, no sólo se obtienen predicciones ajustadas para el agregado, sino que se señala la contribución de los diferentes componentes en la predicción agregada. Así, sin realizar análisis causal se aporta información sobre las perspectivas futuras en los diferentes mercados o sectores, con lo que se detecta cuáles de ellos pueden tener una situación futura más problemática, cómo es la situación relativa entre mercados, si existe excesiva heterogeneidad, si se tiende a la convergencia, etc. Todo ello son aspectos importantes para perfilar medidas de política económica.

La disponibilidad de predicciones sobre los distintos mercados o sectores resulta muy útil para postular factores causales que pueden estar teniendo una relevancia especial en la predicción del agregado. Por ejemplo, supongamos que las predicciones de inflación agregada en el momento actual han empeorado —en el sentido de que se alejan más de un cierto objetivo de inflación— respecto al mes anterior. Si en tal caso se dispone de predicciones detalladas de la tasa de inflación en los diferentes mercados se podrá ver si tal empeoramiento corresponde a una situación meramente localizada en algunos mercados. En general, los factores causales del empeoramiento en las expectativas globales de inflación serán diferentes en una y otra situación y, en consecuencia, también lo serán las posibles medidas para luchar contra tal empeoramiento.

Las predicciones de inflación detalladas por mercados permiten dar diagnósticos verdaderamente útiles. Así, en noviembre de 2001, la tasa anual de inflación en la zona euro fue de 2,1 % y las predicciones —de acuerdo con el *Boletín de inflación y análisis macroeconómico*— para las tasas anuales medias de 2001 y 2002, de 2,6 % y 1,7 %, respectivamente. Un análisis por mercados mostraba que las predicciones de las correspondientes tasas de inflación subyacente eran de 2,1 % y 2,2 %, mientras que las de la inflación residual eran de 4,8 % y de un valor negativo de 1,2 %. La desagregación muestra que el previsible cumplimiento del objetivo de inflación en 2002 no se corresponde a una situación económica en que la mayoría de los precios estuviese por debajo del 2 %, sino al hecho de que mercados específicos muy volátiles reducen su tasa de inflación. Así, en el mercado de alimentos no-elaborados, la tasa de inflación anual media pasa de un 7,1 % en 2001 a un 1,7 % en 2002 y en el mercado de productos energéticos esa reducción consiste en pasar del 2,8 % a un valor negativo de 3,6 %. Es decir que la predicción del cumplimiento del objetivo en 2002 no se deba a los mercados con evoluciones más firmes de los precios y que suponen el 82,5 % del total. De hecho, la inflación en tales mercados —inflación subyacente— ha ido creciendo desde el 1,1 % en febrero 2000 al 2,4 % en noviembre del 2001 y las perspectivas son que se establezca en 2,2 % en bienio 2002-2003. Ésta puede ser una de las razones por las que el BCE, comprometido —quizás innecesariamente— a lograr tasas estables inferiores al 2 %, se ha mostrado reticente a bajar con mayor firmeza su tipo de interés de referencia. De hecho, la tasa de inflación anual media en 2003 se prevé en el 2,1 %, pues en dicho año se espera que tanto los precios de los bienes energéticos como los de los alimentos no-elaborados crezcan sobre el 1,6 %.

Si con información a noviembre de 2001, se comparan las expectativas de inflación global de la zona euro y en EEUU para 2002 éstas resultan ser muy similares, 1,7 % y 1,9 %, respectivamente. Ésto no resulta suficientemente informativo. Así, un análisis más detallado indica que la inflación residual será muy similar entre ambos países y las discrepancias, que se compensarán en gran parte unas con otras, se dan en los servicios con tasas de 2,7 % y 3,8 %, respectivamente, y en las manufacturas con tasas de 1,8 % y 0,6 %. Estas últimas tasas indican que, independientemente de una posible ligera apreciación del euro, la economía de la zona euro va a ser menos competitiva que la americana en el sector manufacturero, que es el más abierto al comercio internacional.

Bibliografía

- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. (1976). *Time series analysis: forecasting and control*. San Francisco: Holden Day. [Primera edición, 1970]
- CLEMENTS, M. P.; HENDRY, D. F. (1998). *Forecasting economic time series*. Cambridge: Cambridge University Press.
- (1999). *Forecasting non-stationary economic time series*. Cambridge, Mass: MIT Press.
- ESPASA, A.; CANCELO, J. R. (1993). *Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica*. Alianza Editorial.
- (1996). «Modelling and forecasting daily series of economic activity». *Investigaciones Económicas*, vol. XX, n.º 3, p. 359-376.
- ESPASA, A.; MANZANO, M. C.; MATEA, M. LI.; CATASÚS, V. (1987). «La inflación subyacente en la economía española: Estimación y metodología». *Boletín Económico del Banco de España*, (marzo), p. 32-51.
- ESPASA, A.; PONCELA, P.; SENRA, E. (2002). «Forecasting monthly US consumer prices indexes through a disaggregated I (2) analysis». *Working paper*, Universidad Carlos III de Madrid.
- ESPASA, A.; SENRA, E.; ALBACETE, R. (2001). «Forecasting inflation in the European monetary union: a disaggregated approach by countries and by sectors». *European Journal of Finance*, vol. 8, n.º 4.
- HENDRY, D. F. (2001). «Modelling UK inflation, 1875-1991». *Journal of Applied Econometrics*, n.º 16, p. 255-275.
- LORENZO, F. (1997). «Modelización de la inflación con fines de predicción y diagnóstico». Universidad Carlos III de Madrid. [Tesis doctoral]
- MARTÍNEZ, J. M. (2000). «Modelos univariantes para el análisis de los ciclos económicos en España y USA. Modelos econométricos para funciones de demanda agregada de las importaciones españolas en un estudio de la no-linealidad cíclica». Universidad Carlos III de Madrid. [Tesis doctoral]
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. (2002). «Macroeconomic forecasting using diffusion indexes». *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, n.º 2, p. 147-162.

Resum

En aquesta presentació donarem una visió general sobre les diferents tècniques de mesura dels riscos financers i comentarem la importància de realitzar aquesta tasca dintre de les entitats financeres. Exposarem diverses tècniques matemàtiques per resoldre problemes relacionats i sobre la utilització de mesures de sensibilitat per mesurar possibles variacions en carteres amb accions i/o opcions.

Aquesta presentació es va preparar conjuntament amb Miquel Montero (Universitat de Barcelona).

1. Introducció

La presència de risc és un component comú a tots els mercats financers i a tota inversió. Per tant, tota institució financera té un nivell de risc associat a les seves operacions. A Espanya aquest risc està encara bastant controlat pel fet que el mercat espanyol és tradicional i conservador en comparació amb mercats més competitius. Amb la competència entre bancs i amb un millor nivell d'informació sobre els productes financers probablement es continuarà amb un desenvolupament ràpid i dràstic del mercat. Per tant, les institucions financeres es veuran obligades a prendre nivells de risc més alts per obtenir beneficis comparables als actuals. Aquesta, entre d'altres raons, fa que l'estudi del risc sigui un tema important dins la recerca acadèmica i estigui dintre dels temes que interessen més a les institucions financeres.

En aquest marc és on s'han de caracteritzar els riscos. Si acceptem que el risc no es pot eliminar totalment podem intentar reduir-lo de manera «acceptable», tot mantenint el rendiment desitjat. Per aquesta raó, s'han desenvolupat diverses metodologies per tractar el problema de la minimització de risc sota restriccions de rendiment o al contrari, la maximització del guany assumint un cert nivell fix de risc. En aquesta presentació comentarem alguns aspectes relacionats

amb diverses branques de recerca desenvolupades darrerament en aquestes àrees i les seves aplicacions potencials. Al mateix temps, volem introduir també els matemàtics en la visió general del marc del problema del risc. Per això, abans de continuar amb aquesta línia volem emmarcar millor el problema del risc de manera general. Vegeu, doncs, les figures 1 a 3, així com també les anotacions que hi ha incloses.

A la figura 1 es pot observar l'estructura més important per gestionar el risc en una entitat financera. Aquesta és el Grup de Gestió de Risc, i és la principal responsable que el nivell de risc sigui el que es comunica efectivament als accionistes, i que aquests per tant accepten; a més de vetllar que les decisions relatives a garantir l'esmentat nivell siguin respectades pels diversos departaments de l'entitat. En particular, han d'estar en contacte amb els departaments i deixar constància per escrit d'aquestes comunicacions. Aquest grup gestor de risc ha d'estar format per representants tant del consell d'administració de l'entitat financera, com també de la resta d'estaments d'aquesta: els diferents departaments financers i el grup tècnic d'anàlisi de riscos.

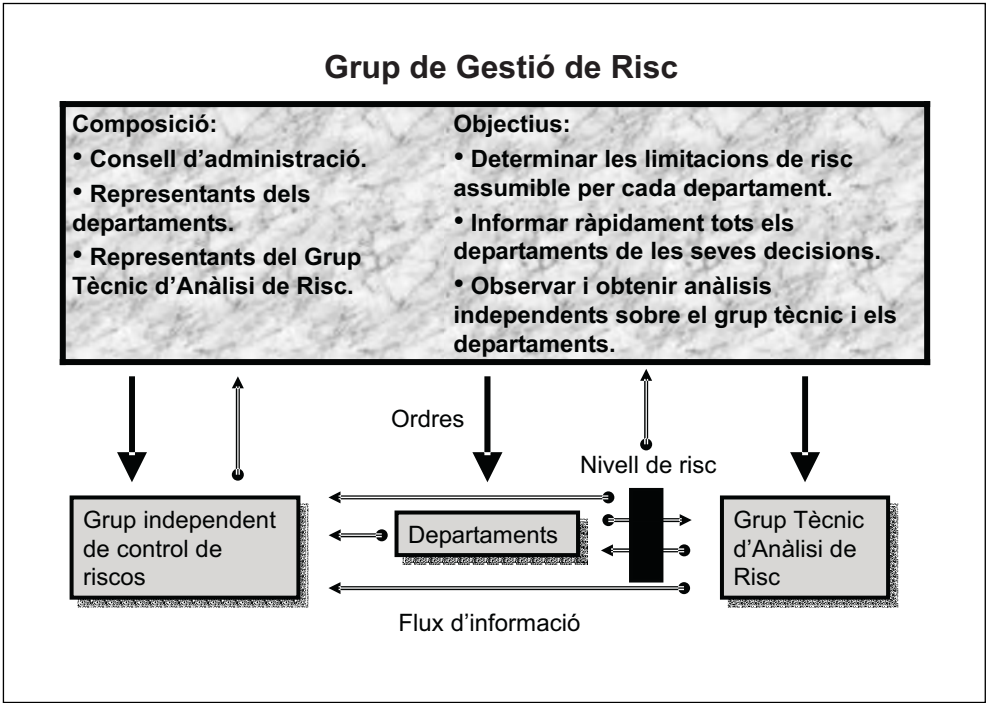


FIGURA 1. Organigrama de l'estratègia global de gestió de risc que hauria de seguir qualsevol entitat financera. L'estament més important en aquest marc és el Grup de Gestió de Risc, una mesa que aplega el consell d'administració de l'entitat, així com també els representants dels diferents departaments i del Grup Tècnic d'Anàlisi de Risc. Els gestors de risc reben informació, doncs, de tots els estaments de l'entitat, a més del nivell actual de risc que aquesta assumeix, i dona les ordres pertinents per tal de complir les directives prèviament fixades.

Els departaments són, doncs, els encarregats de portar a terme la política financera de l'empresa dictada pel grup gestor de risc. Ells mateixos, però, no han de ser els encarregats de determinar el nivell de risc que s'assumeix en un moment donat. Aquesta és la feina del Grup Tècnic d'Anàlisi de Risc, que ha de desenvolupar la seva tasca per separat dels departaments, fins i tot en el sentit literal del terme, per no tenir cap conflicte d'interessos. Aquest departament tècnic ha de ser capaç de desenvolupar una metodologia d'acord amb la situació global dels diversos departaments, i de manera independent dels objectius de cadascun d'ells, vetllant, però, que els nivells de risc fixats pel grup gestor de risc siguin respectats —vegeu la figura 2.

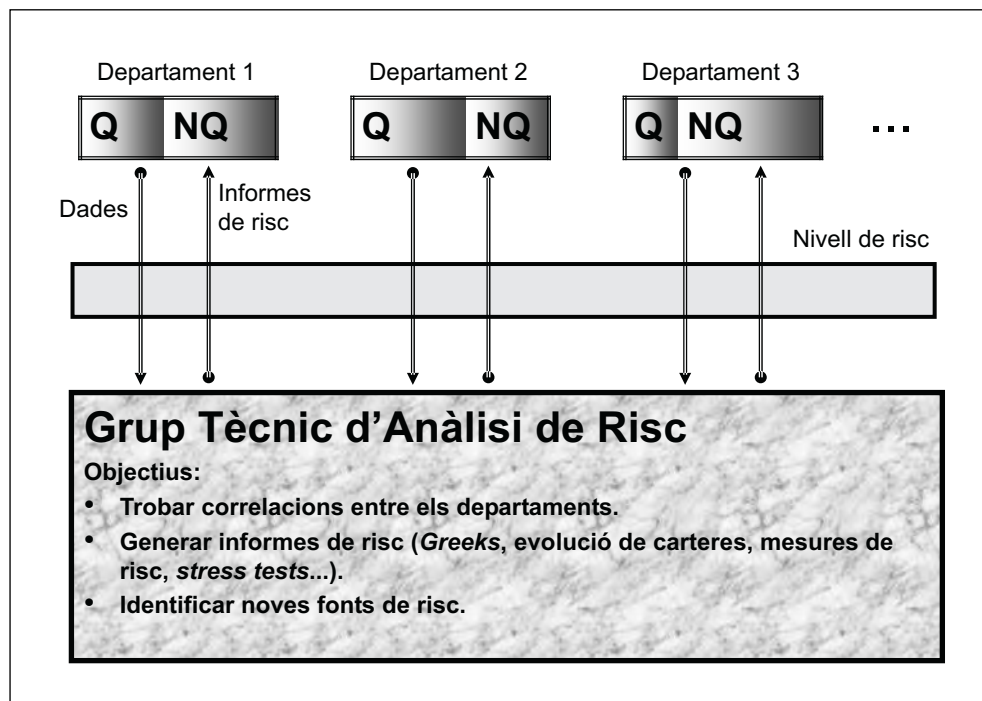


FIGURA 2. Relació dels diferents departaments de l'entitat amb el Grup Tècnic d'Anàlisi de Risc. Cada departament, per la seva banda, cataloga cada factor de risc com a *quantificable* (Q) o *no quantificable* (NQ). Un cop fet això, pondera el valor de totes aquelles magnituds que ells creuen rellevants i les subministra al grup d'anàlisi de risc. Aquest recull totes les dades provinents del conjunt dels departaments, en demana informació accessòria, si ho creu convenient, i la processa de manera conjunta. Fet això, informa cada departament del risc que està assumint, per tal que corregeixi, si cal, la seva estratègia.

El grup gestor de risc, per tal de tenir una visió independent de la tasca desenvolupada pels departaments i el grup tècnic, també hauria de contractar una empresa auditora externa que observi les relacions entre els departaments i el grup tècnic —vegeu la figura 3. Els informes que aquesta auditora genera, a part de garantir el correcte funcionament actual de l'entitat, hau-

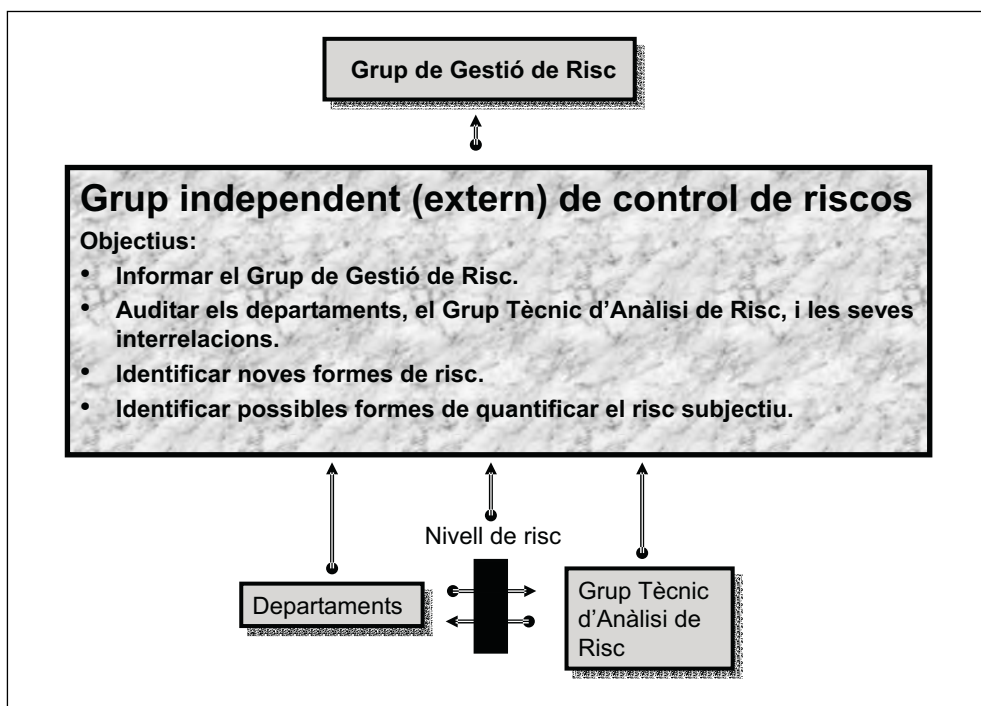


FIGURA 3. El Grup Extern d'Anàlisi de Risc s'encarrega de supervisar l'actuació tant dels diferents departaments i del grup tècnic, com de les respectives interaccions. Elabora propostes alternatives per corregir els possibles defectes que hagi pogut detectar i informa de les seves conclusions el grup de gestors de risc.

rien de servir per portar el model de gestió present fins al grau màxim d'independència en les activitats del grup tècnic i els diversos departaments. Així mateix és una tasca conjunta de tots aquests organismes encarregats en l'administració de risc, la de cercar nous components de risc i la matematització dels riscos, que fins ara es consideren subjectius.

Ara ens centrarem, però, en l'estudi del Grup d'Anàlisi de Risc. Qualsevol sistema per analitzar el risc ha de tenir uns preceptes mínims per evitar de ser «massa optimista» o «massa pessimista». La primera assumpció podria provocar una manca de capital líquid en situacions temporalment adverses, que és el que sovint passa quan no s'ha estimat el risc de manera apropiada. En la segona situació es pot tenir capital inactiu que podria estar generant beneficis, degut a una posició massa conservadora de l'entitat.

Com hem vist, hi ha riscos que són difícils de matematitzar i per tant s'han de considerar de manera subjectiva, fora del marc d'acció del grup d'anàlisi de risc. Aquesta presentació se centrarà doncs a parlar d'aquells que sí que es poden tractar de manera formal. Tot i això, hem d'acceptar que qualsevol enfocament matemàtic/econòmic d'aquests problemes és solament una aproximació i per tant plausible d'errors greus de modelització i de càlcul. Els models matemà-

tics s'han de fer servir per detectar possibilitats no previstes, o com a eina de corroboració quantitativa de determinades intuïcions. Mai no s'ha de fer servir com a directriu cega de l'administració del risc. Per això, és necessari que el grup d'anàlisi de risc no estigui connectat als respectius departaments d'inversions. Sempre es pot trobar el model numèric adequat que ens deixi fer allò que volem.

D'altra banda no hi ha cap teoria global que ens permeti considerar tots els riscos existents (coneguts o no), com ara el risc de fallida de diverses inversions, el risc de mercat, el valor de risc, el nivell òptim d'inversió i la liquidesa del fons d'inversió; tot plegat al mateix temps. I si ho intentéssim calcular així, el més probable és que obtindríem resultats incongruents.

2. Tècniques d'anàlisi de risc

Els requeriments que es poden fer al grup d'anàlisi de risc dependran de la política dictada pels diferents departaments de la institució financera. Aquests determinen el tipus de problema que s'haurà de resoldre. Per exemple, un problema comú podria ser la tria dels instruments financers que resultin òptims sota diferents criteris. Aquests criteris podrien ser conservadors, si es decideix minimitzar risc en detriment del rendiment, o més arriscats, si es restringeix el risc màxim i s'intenta trobar el rendiment màxim. Totes les aproximacions possibles per resoldre aquests problemes no tenen una manera única d'interpretar-se, i la història econòmica ens diu que hi ha hagut molts exemples en què una optimització indeguda ha portat a resultats desastrosos (casos com ara Long Term Capital Management, Barings, Orange County, etc.).

Per aquesta raó, no solament les entitats financeres sinó també els governs estan interessats a implantar sistemes de defensa en contra del risc exagerat. A més s'intenta exigir que el risc estigui assegurat d'alguna manera. Així ens trobem amb regulacions tals com les suggerides per la Comissió de Basilea (1996, 1999). En general, aquestes recomanacions permeten que cada entitat financera proposi el seu propi model de gestió de risc. D'acord amb determinades proves sobre l'efectivitat d'aquest model, l'entitat reguladora determina un factor multiplicador a la quantitat de risc donada per l'entitat financera, que ha de estar d'acord amb l'eficiència del model. Entre les filosofies rellevants per mesurar el risc es troben:

2.1. Modelització paramètrica del subjacent

En aquesta filosofia s'intenta modelitzar els subjacents que generen el risc mitjançant algun model paramètric, com és el cas del moviment brownià geomètric, i altres de les seves variacions (per exemple els models de volatilitat estocàstica). A partir d'ells es poden obtenir magnituds que mesuren el risc. La forma explícita en què aquestes quantitats són avaluades pot ser tant a través del càlcul analític directe com mitjançant l'aplicació de tècniques de simulació, com

ara els mètodes de Monte Carlo, quan la primera via no és factible, o simplement és massa complicada.

2.2. *Simulació històrica*

Es fan servir únicament dades anteriors de l'evolució dels elements en la cartera, sense recolzar-se en cap marc teòric, per simular possibilitats futures. Moltes vegades en inversions no tradicionals és difícil que aquest mètode doni resultats significatius, donat que no hi ha prou dades, o no hi ha hagut suficient comportament extrem per saber quines podrien ser les situacions a protegir.

2.3. *Stress testing o escenaris de crisi*

Aquesta filosofia proposa estudiar el comportament de la cartera en situacions límit. Per aquesta raó, s'han de fer servir dades històriques per intentar trobar situacions límit. En aquest escenari no és bo suposar que les situacions límit del passat no es tornaran a donar, més aviat al contrari. Per això, es fan servir distribucions amb cues pesades o relacionades amb la distribució dels valors extrems. Tot i que de vegades pot resultar massa pessimista en algunes situacions, en altres pot arribar a ser molt realista. Aquest problema va ser un dels components importants en la fallida de LTCM. Sembla que l'estratègia d'aquesta entitat financera consistia a maximitzar rendiments sota restriccions de volatilitat en condicions gaussianes. Precisament els esdeveniments que, en principi, tenien probabilitat massa petita per ocórrer són els que van portar la fallida d'aquest fons d'inversió.

2.4. *Mesures dinàmiques de risc*

Totes les mesures anteriorment proposades són estàtiques, en el sentit que es fan servir horitzons fixos de temps. Per exemple, conèixer que el nivell de risc a una setmana té un cert valor, no ens diu res sobre l'evolució del risc al llarg d'aquesta setmana. Així, darrerament s'intenten trobar optimitzadors que considerin les possibles influències futures en l'evolució de la nostra cartera per tal d'obtenir un millor control, si acceptem la dinàmica del subjacent. Aquesta visió va d'acord amb el fet que els resultats dolents tenen tendència a acumular-se i, per tant, de vegades la fallida de l'estimació del risc estàtic no prové de les condicions de mercat adverses, sinó d'errors en el sistema de modelització.

En resum, la mesura de risc estàtica no permet preveure el comportament persistent de les condicions adverses, mentre que una de dinàmica sí.

3. Mesures paramètriques de risc

Ens centrarem, a partir d'ara, a exposar amb més profunditat algunes mesures de risc associades al que hem descrit al primer punt de la secció anterior com a models paramètrics. En general, denotarem el temps present per t (en dies) i per $VR(t)$ la mesura de risc calculada pel grup de anàlisi de risc. Aquesta magnitud es calcula sovint amb un horitzó curt (per exemple, un dia) pel conjunt de departaments de l'entitat. En aquesta situació la comissió de Basilea recomana fer servir

$$MR(t) = \max \left(\frac{k}{60} \sum_{i=1}^{60} VR(t-i), VR(t) \right),$$

com a la mesura de risc a curt termini a utilitzar per l'entitat financera, amb $k \geq 3$, per determinar. Si l'horitzó que cal considerar és més d'un dia (diguem-ne τ) es pot fer servir la regla de multiplicar l'anterior quantitat per $\sqrt{\tau}$. El valor de k el fixa l'ens regulador segons la bondat del model utilitzat per l'entitat per determinar la mesura de risc $VR(t)$. Sovint el valor de k es determina mitjançant un càlcul estadístic sobre la quantitat de violacions del MR de l'entitat financera. Aquest valor pot estar influenciat també per la qualificació creditícia de l'entitat. Usualment de 3,4 a 3,85 és el rang corresponent a bancs amb una quantitat moderada de violacions. Entre les mesures de risc VR trobem:

3.1. VaR

Sigui $X(t)$ el valor de la cartera a l'instant t . Si volem calcular el VaR en un nivell α per a un horitzó $t + \tau$, hom ha de calcular $VaR(X, \alpha) \in \mathbf{R}_+$ de tal manera que

$$P_t(X(t + \tau) - X(t) < -VaR(\alpha)) = \alpha$$

Comunament $\alpha = 0,01, 0,05$. Aquesta mesura ignora doncs les pèrdues màximes, i solament considera les pèrdues mínimes amb un determinat nivell de confiança. Tampoc no considera la dinàmica del subjacent i així mateix s'utilitza sovint amb models paramètrics.

Aquest mètode està clarament relacionat amb el mètode d'optimització de carteres de Markowitz, un mecanisme d'optimització del rendiment promig, sota restriccions imposades sobre de la variància de la cartera. Val a dir que amb aquesta metodologia, que és més una estratègia d'inversió que de protecció de riscos, és difícil saber quin pot ser el comportament exacte de la cartera, donat que el resultat solament s'expressa en termes de mitjanes i no de possibilitats actuals —vegeu la figura 4.

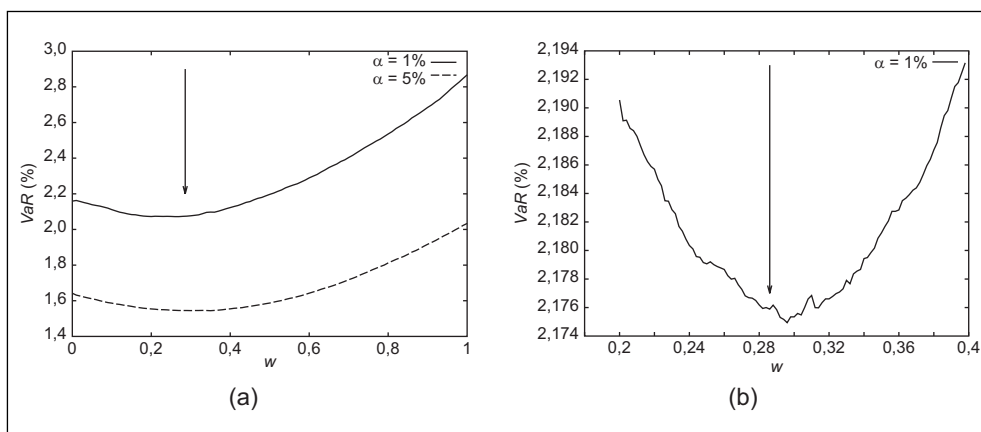


FIGURA 4. Risc associat en una cartera $Z(t)$, constituïda per dos actius, $X(t)$ i $Y(t)$, segons $Z(t) = p \cdot X(t) + q \cdot Y(t)$, en funció de la proporció relativa w , $p = (1 - w) \cdot Z(t) / X(t)$, $q = w \cdot Z(t) / Y(t)$. La fletxa marca la composició òptima de Markowitz ($w = 0,286$). El resultat és similar als obtinguts seguint els criteris marcats pel VaR, però no idèntic, donat que aquests depenen del valor que pren α , i l'altre no. L'exemple correspon a un moviment brownià geomètric de dues dimensions, amb distribució conjunta log-normal bivariada de paràmetres $r_x = 6\%$, $\sigma_x = 16\%$, $r_y = 10\%$, $\sigma_y = 20\%$, $\rho_{xy} = 50\%$ i $\tau = 1$ dia.

Hem de notar que tant els mètodes basats en l'anàlisi de la covariància, com el mateix VaR, esdevenen una pobre mesura de risc quan es tracta de ponderar l'exposició associada a instruments que depenen de manera no lineal dels subjacents (aviat parlarem sobre aquest tema amb més detall), com és el cas de les opcions, futurs, bons o altres derivats; o quan aquells, en general, no segueixen una distribució multivariant el·líptica. Aquest és un dels factors d'error més important. Per exemple, només quan es dona aquesta circumstància, en què la distribució conjunta dels subjacents és el·líptica, com en el cas reflectit a la figura 5, és certa la propietat de subaddició del VaR,

$$\text{VaR}(X + Y) \leq \text{VaR}(X) + \text{VaR}(Y),$$

que porta a la diversificació de carteres com a mecanisme universal de reducció de risc.

De manera paral·lela, el càlcul del VaR es complica enormement en el cas d'un derivat qual·sevol, on la cotització del subjacent repercuteix de manera complexa en el seu valor. Per alleugerir aquest problema es fan servir aproximacions, de primer o segon ordre, o altres mesures alternatives de risc com la que presentarem en la secció següent —vegeu més avall les figures 6 i 8.

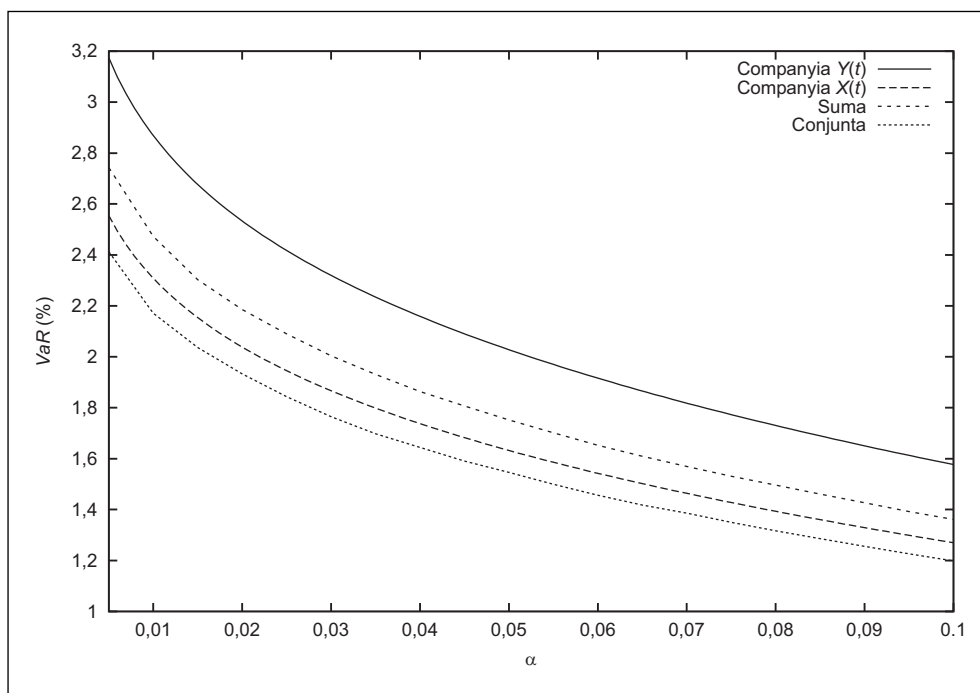


FIGURA 5. Exemple on queda de manifest la propietat de subaddició del VaR per distribucions el·líptiques. Els paràmetres mantenen els valors reportats a la figura 4, i per la composició de la cartera s'ha triat el w òptim segons el criteri de Markowitz, $w = 0,286$. En aquest cas, s'observa com la suma (ponderada) de riscos d'una cartera mixta de X i Y , seria un compromís entre els nivell de risc de cadascun dels subjacents per separat, mentre que el VaR conjunt és inferior al corresponent a la cartera més segura, tot i que els actius estan correlacionats *positivament*.

3.2. Mean excess function

Aquesta mesura considera en promig el valors de les pèrdues condicionades a pèrdues mínimes. És sovint una mesura que es pot considerar massa pessimista i no permet l'administració del risc quan es fan servir certes distribucions extremes. En contrast, aquesta mesura té propietats naturals de risc encara que les distribucions dels elements en la cartera siguin no el·líptiques. La seva definició és doncs:

$$- E(X(t) \mid X(t) < -u) .$$

Donat que aquesta funció tendeix cap a l'infinit quan $u \rightarrow +\infty$, una forma possible de fer comparacions d'una manera justa, entre el resultat obtingut amb la *mean excess function* i amb al-

tres mètodes, és fixar el valor de u com el corresponent a un nivell del VaR donat, com fem a la figura 6. Aquesta mesura de risc compleix els requeriments de *coherent risk measure* definida fa poc per Artzner *et al.*, tot i que la distribució del subjacent no sigui el·líptica. La generalització d'aquest concepte és el que exposem tot seguit.

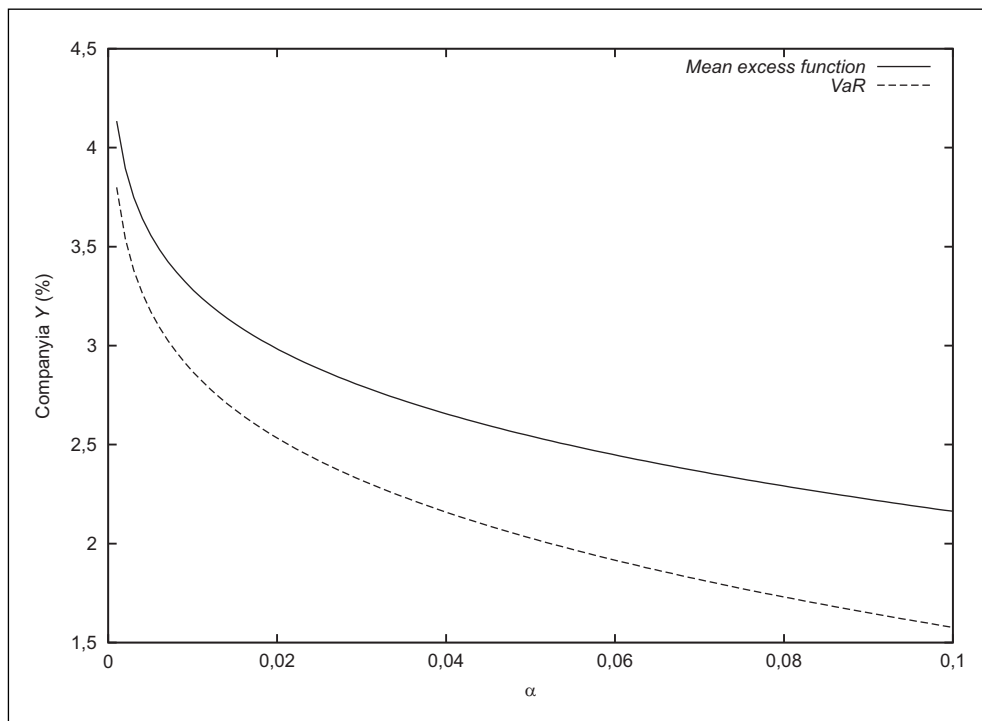


Figura 6. Comparativa de les mesures de risc VaR i *mean excess function*, aplicades a l'actiu Y abans presentat, per diferents nivells de confiança. Notem com totes dues convergeixen per a valors petits de α , propietat que es deriva del fet que, quan Y segueix una distribució lognormal, les pèrdues màximes estan fitades.

3.3. Convex measures of risk

Aquestes són classes de mesures de risc recentment introduïdes per Artzner *et al.*; Föllmer i Schied; Karatzas i Cvitanic; entre d'altres. Les seves propostes són les d'escollir una funció d'utilitat i/o un model de subjacent (el·líptic) que mesuri el risc sota determinades propietats bàsiques. Una de les més importants és la convexitat que promou la diversificació de les carteres, propietat que el VaR no sempre té, com ja hem dit. Per tant, aquesta tècnica darrera no necessàriament promourà la diversificació de carteres si és utilitzada cegament com a única mesura de risc.

4. Models de subjacent

En aquest apartat discutirem sobre els models paramètrics possibles per estudiar els riscos de diversos instruments financers. Òbviament el primer model en què tots pensem és:

4.1. *El model lognormal introduït per Black, Scholes i Merton*

Aquest és el model més estès en les seves aplicacions a *VaR*, donada la seva simplicitat i la fàcil interpretació econòmica dels seus paràmetres.

4.2. *Models de cues pesades*

Aquests són models estàtics que recentment s'han estès fins a models continus, i que consideren distribucions amb funcions de densitat on les cues són més grosses que les de la normal. Exemples d'aquest tipus són la distribució hiperbòlica, les estables, etc. Una crítica generalitzada d'aquests models és que molts dels seus paràmetres no tenen cap interpretació econòmica. Moltes vegades els canvis en els valors estimats dels paràmetres no donen tampoc cap informació interpretable des del punt de vista econòmic. D'altra banda, són models que descriuen millor el comportament de les dades històriques dels subjacents.

4.3. *Models amb salts*

Aquests són models que poden tenir relació amb els de l'apartat anterior, amb la diferència que aquests es poden fer servir per modelitzar també els salts inherents als mercats. Els principals problemes en aquests models són: la manca de completesa (objectiu actual d'estudi de diversos investigadors) i l'estimació estadística d'una quantitat alta de paràmetres, cosa que els fa poc tractables, ara per ara, des del punt de vista pràctic.

4.4. *Models de valors extrems*

Aquests són també models amb distribucions estàtiques, que s'obtenen d'analitzar la distribució dels valors extrems. Es poden considerar com a models que seveixen per portar a terme estudis per a escenaris de crisi.

4.5. Models econòmètrics (GARCH i les seves variants)

Aquests són models on el temps és discret, i que han estat desenvolupats principalment per econometristes, i que són molt populars perquè arriben a reproduir el comportament persistent de la volatilitat. Serveixen, per exemple, per desenvolupar mesures dinàmiques de risc, encara que és difícil de trobar un sentit estrictament matemàtic a les afirmacions que es fan servir en desenvolupar aquestes tècniques. Aquests models també són incomplets, en general.

4.6. Models de volatilitat estocàstica

Aquests models continus poden representar també el comportament persistent de la volatilitat, com en el cas dels models GARCH. El problema és que els càlculs són en general tan difícils com en el cas GARCH, excepte en casos molt específics. El mercat també aquí esdevé incomplet.

5. VaR per a opcions

Òbviament es poden considerar carteres amb més o menys risc d'acord amb els criteris establerts per la direcció de l'entitat financera. Encara que darrerament les carteres amb riscos alts s'intenten evitar, sempre és bo considerar la possibilitat de guanys més alts, a canvi, això sí, de l'acceptació de més risc. Aquesta és una de les característiques pròpies de les opcions.

Una opció de tipus *call* europea és un contracte que paga a un temps fix T , la diferència entre el preu del subjacent (que suposarem que segueix un procés brownià geomètric) amb un preu establert en el contracte, anomenat preu d'exercici. La valoració teòrica d'aquests contractes es fa mitjançant una mesura equivalent de martingales Q , que dona la fórmula de Black-Scholes:

$$V(t, S(t)) = e^{-r(T-t)} E_Q [(S(T) - K)_+ \mid S(t)] = S_t N(d_1) - e^{-r(T-t)} K N(d_2) .$$

Aquí podríem donar un exemple de reinterpretació d'opcions com a aplicació a problemes d'altres tipus. Per exemple, és possible analitzar inversions directes en empreses com si fossin opcions. El preu d'exercici esdevé la inversió inicial, el preu de l'opció és el valor actual de la inversió i el subjacent és el procés de valor del producte produït. Així doncs, encara que la consideració d'una cartera d'opcions sembli restrictiva no es pot menysprear el rang d'aplicacions possibles.

Si $V(t, S(t))$ denota el preu d'aquesta opció a temps t , el canvi de valor d'aquesta opció està donat per

$$e^{-r\tau} V(t + \tau, S(t + \tau)) - V(t, S(t)) ,$$

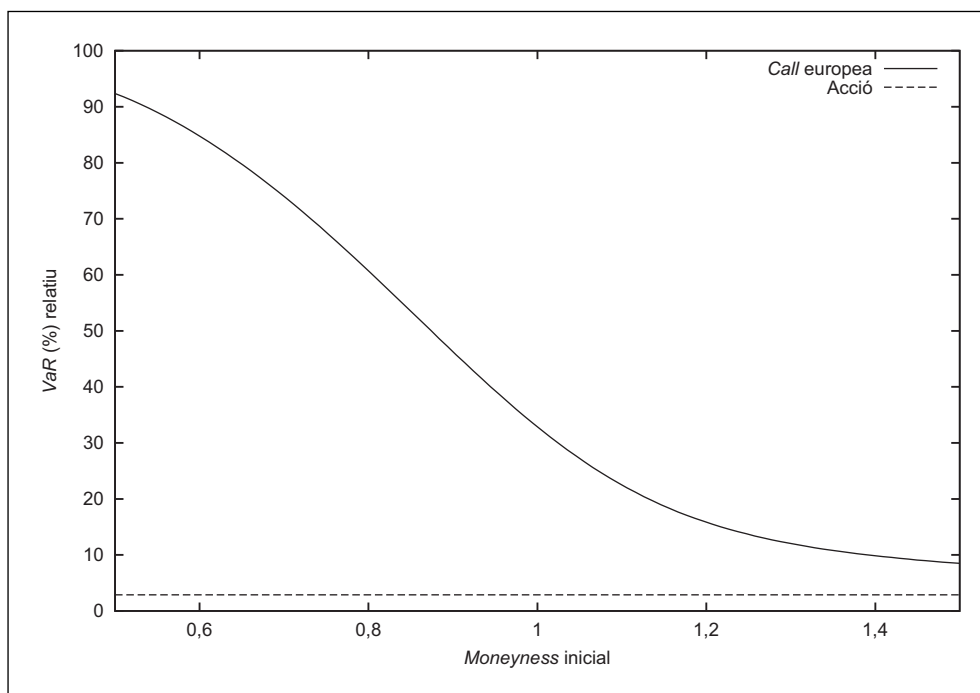


FIGURA 7. Valor del VaR per a una opció de compra europea (*call*), relatiu al seu valor actual, en funció de la *moneyness*, $S(t) / K$, si el subjacent segueix una distribució lognormal amb $r = 5\%$, $\sigma = 20\%$, $T = 3$ mesos, $\tau = 1$ dia i $\alpha = 0,01$. Amb el propòsit de ponderar la magnitud de risc que estem disposats a assumir en incloure opcions a la nostra cartera, indiquem també el nivell de risc corresponent a la pròpia acció (on la *moneyness* no juga cap paper).

que és funció de $S(t)$ però de manera no lineal. De fet molts paquets estàndards, com ara Risk-Metrics, no funcionen bé amb aquestes no-linealitats. Donat això moltes vegades es fan servir aproximacions de primer i segon ordre, per exemple

$$\frac{\partial V(t, S(t))}{\partial S(t)} (S(t + \tau) - S(t)) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V(t, S(t))}{\partial S(t)^2} (S(t + \tau) - S(t))^2.$$

Aquí fitem el canvi en el preu de l'opció en termes de les gregues (derivades del preu) Delta i Gamma. Aquesta és essencialment una aproximació, o bé lineal, o bé quadràtica, del canvi del preu de l'opció, segons si considerem només el primer terme, o tots dos. Com que tractem amb aproximacions, òbviament no obtindrem resultats exactes, encara que així simplifiquem molt els càlculs. Així per exemple, obviem els canvis relacionats directament amb la variable t .

Al mateix temps ens hem d'adonar que aquests canvis s'han de calcular per una quantitat

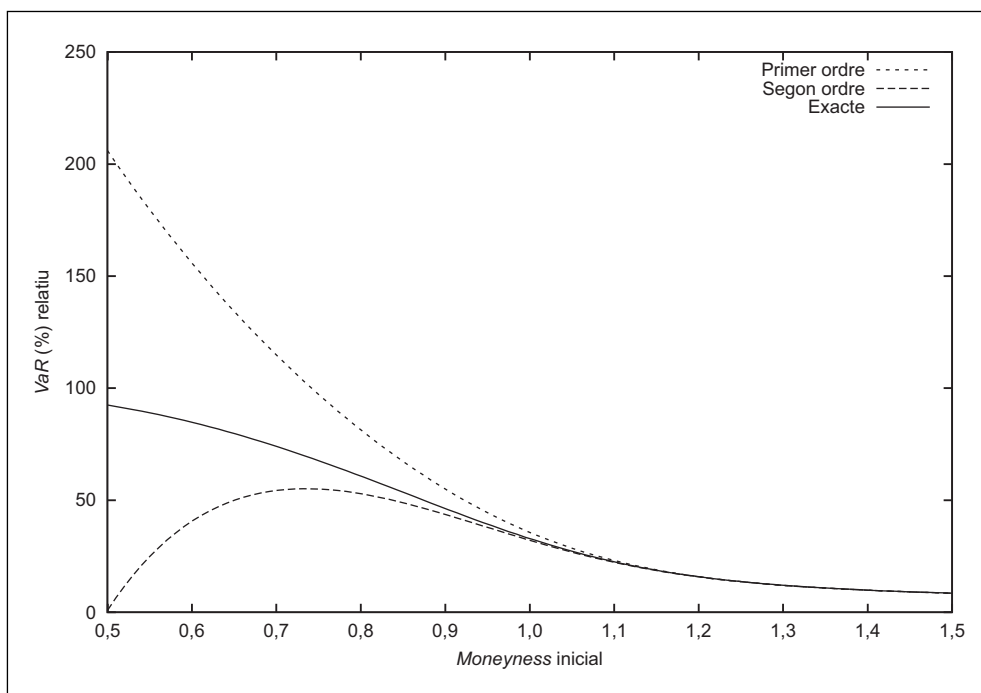


FIGURA 8. Comparativa del resultat obtingut amb diferents aproximacions en el càlcul del VaR per a una opció europea (de les mateixes característiques de la que hem presentat a la figura 7). En aquest cas, el resultat es pot obtenir de manera algebraica, i també està representat a la gràfica. Com és notori les aproximacions valoren raonablement bé el risc quan l'opció està *in the money*, és a dir quan $S(t) > K$, però empitjoren notablement quan entrem en la zona *out of the money*, on es pot arribar a pronosticar una pèrdua superior al capital invertit, cosa que és del tot impossible en aquest cas.

molt gran d'opcions i de manera ràpida. Per això es fan servir aquestes aproximacions encara que moltes vegades amb una inversió prèvia de temps es podria millorar molt l'estimació.

Si comparem el risc d'una opció *call* amb el del subjacent, valorats en unitats monetàries invertides, es veu (figura 7) que el risc és gran quan la *moneyness* ($S(t) / K$) és petita. És a dir, quan és molt possible que perdem el 100 % de la inversió feta. En canvi, el risc tendeix cap al del subjacent quan la *moneyness* és gran.

En la figura 8 trobem el canvi relatiu (a unitats monetàries invertides) d'aquestes aproximacions en comparació al càlcul real per a la *call* europea. Podem observar que les aproximacions considerades es comporten malament per a valors de *moneyness* baixos.

Entre altres gregues, que hem estudiat darrerament, es troba la definició de l'índex Vega local. Aquesta extensió de l'índex Vega ens dóna una mesura dels possibles punts on el model del subjacent pot ser susceptible de canvis dràstics. Dit d'una altra manera, l'índex Vega local ens dirà quan un model que sembla seguir un cert patró pot canviar de règim, i la magnitud d'aquest

canvi. Matemàticament es mesura mitjançant el concepte de derivades de Fréchet. Per exemple, considerem el cas de l'opció asiàtica «europea»:

$$V\left(t, S(t), \int_0^t S(s)ds\right) = e^{-r(T-t)} E_Q \left[\left(\frac{1}{T} \int_0^T S(s)ds - K \right)_+ \middle| \mathcal{F}_t \right].$$

Aquesta opció compara el valor mig del subjacent al llarg de tot el període T amb el preu d'exercici K (en aquest sentit, el que direm també està relacionat amb *basket options* en general). Suposem que el model del subjacent és el brownià geomètric amb una perturbació de la volatilitat mesurada per $\varepsilon \hat{\sigma}(t, S(t))$. Aquí ε denota el grau de perturbació que el model té i $\hat{\sigma}$ la direcció d'aquesta perturbació. L'índex Vega local denotat per $\mu(t, S(t), \int_0^t S(s)ds)$ mesura a temps t , amb $S(t)$ i $\int_0^t S(s)ds$ coneguts, els possibles canvis en el preu de l'opció. La figura 9 es pot interpretar dient que la regió on l'índex Vega local pren el valor màxim és on el preu de l'opció pot canviar dràsticament. Aquesta és la regió on hem de tenir més cura davant la possibilitat de canvis en el model estructural.

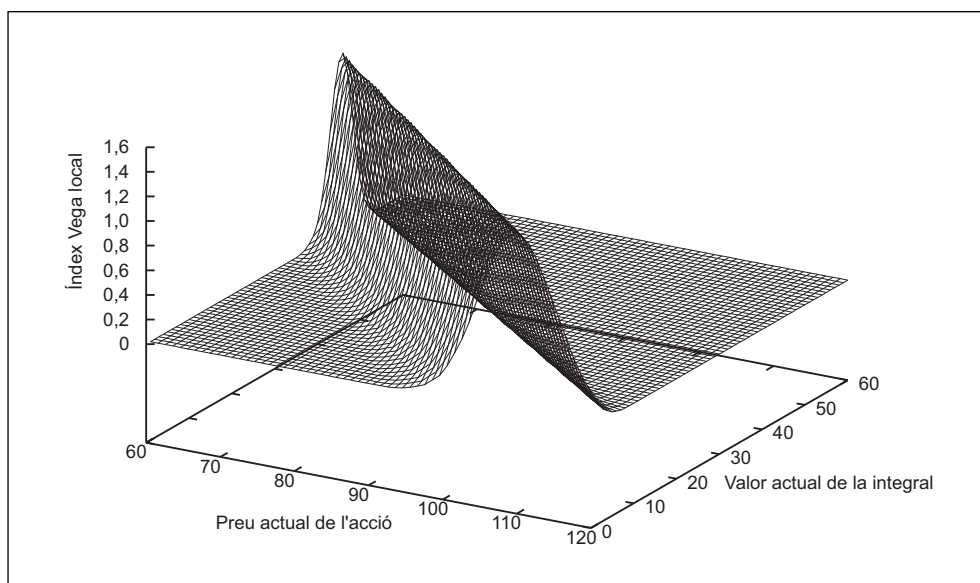


FIGURA 9. Estimació del valor de l'índex Vega local per una acció asiàtica ($r = 5\%$, $\sigma = 20\%$, $K = 100$, $T = 0,20$ anys) lluny del moment d'expiració del contracte ($t = T/4$), en funció del valor actual de l'actiu, $S(t)$, i de la integral, $\frac{1}{T} \int_0^t S(s)ds$. La zona de sensibilitat màxima segueix una recta en aquestes variables.

Aquesta regió (vegeu la figura 10) està determinada pel valor del preu d'execució efectiu $(K - \frac{1}{T} \int_0^t S(s)ds) / S(t)$, i sembla que mostra el seu màxim sobre la recta

$$\frac{K - \frac{1}{T} \int_0^t S(s) ds}{S(t)} = 1 - \frac{t}{T}.$$

Aquest és un resultat lògic (que sembla ser veritat amb robustesa sobre el model del subja-cent) si es pensa que la regió més crítica és la que es troba al voltant de K quan el mercat decideix el pagament o no de l'opció.

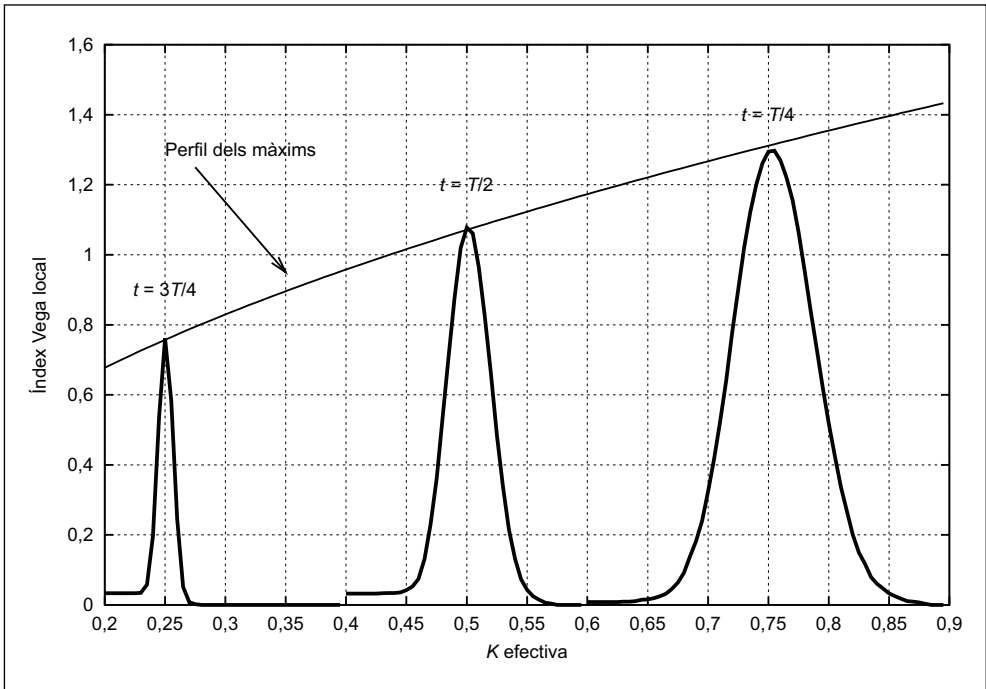


FIGURA 10. Evolució del perfil de l'índex Vega local, en termes del valor efectiu de K , $(K - \frac{1}{T} \int_0^t S(s) ds) / S(t)$, per diferents moments de la «vida» de l'opció asiàtica descrita a la figura 9. Notem com la zona crítica s'aplega al voltant de $1 - t/T$, a més de minvar a mesura que ens acostem al temps d'execució, T .

6. Conclusions

Hem donat una visió general sobre la gestió de risc i hem provat de donar una introducció a les diverses línies de recerca que s'estan desenvolupant al voltant de l'anàlisi de risc. En particular, hem descrit les propietats del VaR i d'altres mesures de risc. En el cas de les opcions hem descrit el problema de la no-linealitat dels preus i les possibles conseqüències d'aquests errors de càlcul. Així mateix hem introduït l'índex Vega local, hem descrit la manera que s'ha

d'interpretar i les seves possibles utilitats. En general, creiem que la recerca en matemàtica financera és una àrea que s'ha de potenciar donada la importància que tindrà, en un futur proper, la gestió de riscos cada vegada més complexos. Òbviament tindrà dues vessants, una molt més matemàtica, que en principi pot semblar de caràcter purament teòric, però que després i a llarg termini pot servir per a desenvolupaments més aplicats. Per exemple, la teoria de mercats incomplets és una tècnica de valoració que s'ha desenvolupat en els darrers quinze anys, i que en un principi es va pensar que era una teoria matemàtica gairebé sense resultats financers interessants. De fet, aquesta teoria va arribar a la conclusió que en un mercat incomplet els preus de les opcions podrien tenir un rang de valors on s'arribés fins al mateix preu del subjacent.

En aquests darrers anys, s'ha comprovat que aquesta teoria potser servirà per valorar les opcions amb riscos acceptables. És a dir, la valoració de contractes amb un component més característic de les opcions, i un altre més propi de les assegurances. Aquest és el cas de les opcions en el mercat enèrgic i/o les opcions climàtiques.

7. Agraïments

MM ha estat parcialment finançat per la Dirección General de Proyectos de Investigación sota contracte núm. BFM2000-0795, i per la Generalitat de Catalunya sota contracte núm. 2001 SGR-00061.

8. Bibliografia

- ARTZNER, P.; DELBAEN, F.; EBER, J. M.; HEATH, D. (1999). «Coherent measures of risk». *Mathematical Finance*, 9, p. 203-228.
- BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION. (1999). *Credit risk modelling: Current practices and applications* <<http://www.bis.org/publ>>.
- BERMIN, H. P.; KOHATSU-HIGA, A.; MONTERO, M. (2002). *Local Vega index and variance reduction methods*. [Preimpressió].
- BUCHINSKY, M. (1995). «Estimating the asymptotic covariance matrix from quantile regression models: A Monte Carlo study». *Journal of Econometrics*, 68, p. 303-338.
- EMBRECHTS, P.; RESNICK, S.; SAMORODNITSKY, G. (1999). «Extreme value theory as a risk management tool». *North American Actuarial Journal*, 3, p. 30-41.
- FÖLLMER, H.; LEUKERT, P. (1999). «Quantile hedging». *Finance and Stochastics*, 3, p. 251-273.
- (2000). «Efficient hedging: Cost versus shortfall risk». *Finance and Stochastics*, 4, p. 117-146.
- FÖLLMER, H.; SCHIED, A. (2002). *Convex measures of risk and trading constraints*. [Preimpressió].

- GOURIEROUX, C.; LAURENT, J. P.; SCAILLET, O. (2000). «Sensitivity analysis of Values at Risk». *Journal of Empirical Finance*, 7, p. 225-245.
- JORION, P. (1997). *Value at Risk*. McGraw-Hill.
- MADAN, D. B.; SENETA, E. (1990). «The variance Gamma (V. G.) model for share market returns». *Journal of Business*, 3, p. 511-524.
- MASOLIVER, J.; MONTERO, M.; PERELLÓ, J. (2001). *Return or stock price differences*. [Preimpressió].
- MCNEIL, A. J.; FREY, R. (2000). «Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach». *Journal of Empirical Finance*, 7, p. 271-300.
- RYDBERG, T. H. (1999). «Generalized hyperbolic diffusion processes with applications in finance». *Mathematical Finance*, 9, p. 183-201.
- SPIVAK, G.; CVITANIĆ, J. (1999). «Maximizing the probability of a perfect hedge». *Annals of Applied Probability*, 9, p. 1303-1328.

Resum

En aquest treball plantegem el problema de les elevades primes de risc de les accions, segons que es dedueix de les sèries històriques de rendibilitats. Donem una visió panoràmica de les diferents maneres en què la literatura financera ha intentat resoldre aquest puzzle i fem èmfasi especial en aquelles solucions basades en modelitzacions no tradicionals de les preferències dels inversors. Aquestes modelitzacions alternatives inclouen la relaxació del supòsit d'independència intertemporal de les preferències, com a conseqüència de la formació d'hàbits o d'externalitats en el consum, o la interacció de diversos riscos en l'argument de les funcions d'utilitat que provoquin un augment en l'aversion al risc dels inversors.

Resumen

En este trabajo planteamos el problema de las elevadas primas de riesgo de las acciones, según se deduce de las series históricas de rentabilidades. Damos una visión panorámica de las distintas maneras en que la literatura financiera ha intentado resolver este puzzle y hacemos especial énfasis en aquellas soluciones basadas en modelizaciones no-tradicionales de las preferencias de los inversores. Dichas modelizaciones alternativas incluyen la relajación del supuesto de independencia intertemporal de las preferencias, como consecuencia de la formación de hábitos o de externalidades en el consumo, o la interacción de varios riesgos en el argumento de las funciones de utilidad que provoquen un aumento en la aversión al riesgo de los inversores.

1. Introducción

En este artículo pretendemos dar una visión panorámica de los distintos intentos encaminados a resolver el famoso «puzzle de la prima de riesgo de las acciones» (*equity premium puzzle*) formulado originalmente en el artículo de Mehra y Prescott (1985). Según estos autores el rendimiento medio de las acciones en los Estados Unidos en los últimos 100 años ha sido aproximadamente un 6 % más alto que el rendimiento medio de los títulos de la deuda del tesoro. Para justificar esta discrepancia tenemos que fijarnos en dos factores determinantes del rendimiento de los activos financieros: la covarianza de los rendimientos de dichos activos con la tasa de crecimiento del consumo agregado y la aversión al riesgo de los inversores. El primero de estos factores es perfectamente observable y, por lo tanto, la aversión al riesgo de los inversores se puede inferir implícitamente. La conclusión de Mehra y Prescott es que, para hacer compatibles las primas de riesgo históricas con la covarianza observada entre el rendimiento de las acciones y la tasa de crecimiento del consumo agregado, la aversión al riesgo de los inversores debería ser exagerada e irrealísticamente alta.

El artículo de Mehra y Prescott ha generado una extensa literatura que ha intentando resolver el puzzle por ellos planteado. En particular, uno de los intentos más populares ha consistido en relajar el supuesto según el cual los inversores tienen preferencias exógenas y aditivas temporalmente. En particular, varios autores han introducido el supuesto de que el nivel de utilidad del consumo presente depende de una referencia (o estándar de vida). Dicha referencia puede provenir del consumo presente o pasado medio de la economía, de manera que la comparación del nivel de consumo individual con el de los otros inversores genere sentimientos de «envidia» que induzcan un aumento de la aversión a tener un consumo alejado del consumo medio de la economía. Asimismo, la referencia de consumo puede también provenir de los «hábitos» individuales de consumo pasados, de manera que cambiar dichos hábitos sea especialmente desagradable. Estas modificaciones de las preferencias individuales provocan que los inversores se comporten como si tuvieran más aversión al riesgo y, por lo tanto, requieran rendimientos medios más altos a las acciones para incluirlas en sus carteras.

Otra vía por la que se pueden generar altas primas de riesgo proviene de la existencia de riesgos adicionales que no se pueden diversificar (tales como los asociados a las rentas del trabajo) y que puedan exacerbar la sensación de riesgo de los activos financieros. Tal como veremos, esta explicación plausible necesita ser cualificada de manera precisa, ya que depende de unos supuestos muy específicos sobre la interacción de los distintos riesgos subyacentes y de las características de la función de utilidad.

Finalmente, en este artículo mencionaré brevemente otros supuestos que pueden ayudar a resolver el puzzle de la prima de riesgo y que llegan incluso a cuestionar la pertinencia de su planteamiento original.

La sección 2 describe el problema original. La sección 3 plantea su posible resolución mediante el supuesto de preferencias que no sean estándar. La sección 4 plantea la resolución del

puzzle a partir de la interacción de riesgos no-diversificables. La última sección introduce algunas consideraciones complementarias.

2. El «puzzle»

Para plantear el problema original de Mehra y Prescott (1985) utilizaremos el modelo del premio Nobel Robert Lucas (1978) de valoración de activos para una economía de intercambio puro en tiempo discreto.¹ Consideremos una economía con un inversor representativo que maximiza la siguiente función objetivo:

$$E_t \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j u(c_{t+j}) \right\}, \quad (1)$$

donde $\beta \in (0, 1)$ es el factor de descuento intertemporal, la función u es la función de utilidad instantánea (que es temporalmente independiente) y c_t es el consumo en el período t (el cual jugará el papel de numerario o unidad de cuenta). Vemos pues que nuestro inversor intenta maximizar la suma del flujo descontado de utilidades presentes y futuras. El supuesto de aditividad temporal de las preferencias resulta ser mucho más restrictivo de lo que aparenta. Sin ir más lejos, para ser consistentes con algunos hechos macroeconómicos empíricos, tales como la existencia de crecimiento equilibrado (o estacionariedad), la función u ha de ser homogénea, es decir, ha de tener la siguiente forma funcional isoelástica:

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}, \text{ con } \sigma > 0. \quad (2)$$

Observemos que el índice de aversión relativa al riesgo $-cu''(c)/u'(c)$ es igual al valor del parámetro σ . Dicho índice nos da una medida del grado de concavidad relativa de la función de utilidad: cuanto mayor es σ , menos dispuestos estarán los individuos a asumir riesgos.

Los distintos activos de la economía generan dividendos estocásticos. Sea $\{d_{t+j,i}\}_{j=0}^{\infty}$ el proceso estocástico de dividendos del activo i , $i = 0, 1, \dots, I$. El número de activos es pues $I + 1$. La restricción presupuestaria a la que se enfrenta un inversor es:

$$\sum_{i=1}^I (p_{t,i} + d_{t,i}) a_{t,i} = \sum_{i=0}^I p_{t,i} a_{t+1,i} + c_t, \quad (3)$$

1. Breeden (1979) considera una economía similar en tiempo continuo.

donde $a_{t,i}$ es el número de títulos del activo i que el inversor compra en el período t y $p_{t,i}$ es el precio de cada título en dicho período. En el lado izquierdo de la restricción (3) nos encontramos los ingresos brutos del consumidor en el período t , mientras que el lado derecho nos indica los gastos del consumidor divididos entre gastos de consumo y gastos asociados a la composición de cartera para el siguiente período. La maximización de (1) respecto al vector de títulos $\{a_{t,i}\}_{i=0}$ sujeta a (3) nos da estas $I + 1$ condiciones de primer orden para cada período t :

$$u'(c_t)p_{t,i} = \beta E_t(u'(c_{t+1})(p_{t+1,i} + d_{t+1,i})), \text{ para } i = 0, 1, \dots, I. \quad (4)$$

Dado que los precios $\{p_{t,i}\}_{i=0}^I$ y el consumo c_t son observables en el período t . Podemos escribir la anterior expresión como

$$\beta E_t \left(\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \cdot R_{t+1,i} \right) = 1, \text{ para } i = 0, 1, \dots, I, \quad (5)$$

donde $R_{t+1,i}$ es el rendimiento bruto real del activo i ,

$$R_{t+1,i} = \frac{p_{t+1,i} + d_{t+1,i}}{p_{t,i}}. \quad (6)$$

Supongamos que el activo 0 no tenga riesgo entre dos períodos consecutivos (es decir, que sea un título de deuda pública, un bono del gobierno o una letra del tesoro). En otras palabras, el proceso estocástico de dividendos (y de rendimientos) del activo 0 es «predecible». Entonces las $I + 1$ condiciones (5) se pueden escribir como

$$E_t \left(\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \cdot (R_{t+1,i} - R_{t+1,b}) \right) = 0, \text{ para } i = 1, 2, \dots, I,$$

y

$$\beta E_t \left(\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \cdot R_{t+1,b} \right) = 1,$$

donde $R_{t+1,b}$ es el rendimiento bruto de las letras del tesoro (activo 0) emitidas en el período t y con vencimiento en $t + 1$. Utilizando la especificación isoelástica (2) de la función de utilidad, las anteriores expresiones se convierten en

$$E_t \left(\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\sigma} \cdot (R_{t+1,i} - R_{t+1,b}) \right) = 0, \text{ para } i = 1, 2, \dots, I,$$

y

$$\beta E_t \left(\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\sigma} \cdot R_{t+1,b} \right) = 1.$$

Supongamos que los procesos estocásticos de las variables c_{t+1} / c_t , $R_{t+1,b}$ y $R_{t+1,i}$ sean estacionarios, es decir, sus propiedades estadísticas no varíen con el tiempo. Tomando esperanzas incondicionadas en las dos expresiones anteriores, éstas se transforman en

$$E((\gamma_c)^{-\sigma} \cdot \pi_i) = 0, \text{ para } i = 1, 2, \dots, I, \quad (7)$$

y

$$\beta E((\gamma_c)^{-\sigma} \cdot R_b) = 1, \quad (8)$$

donde $\gamma_c = c_{t+1} / c_t$ es la tasa bruta de crecimiento del consumo, R_b es el rendimiento bruto de las inversiones sin riesgo a un período vista y $\pi_i = R_i - R_b$ es el exceso de rentabilidad de la acción i (cuyo rendimiento es R_i) sobre las letras del tesoro. Obsérvese que hemos suprimido el subíndice temporal como consecuencia del supuesto de estacionariedad. Vemos que las ecuaciones (7) y (8) imponen restricciones en los momentos de las variables aleatorias del modelo. Tomando como rendimiento de la acción de referencia el rendimiento anual R_s del índice Standard & Poor's 500 (S&P), como rendimiento del activo sin riesgo el rendimiento anual de las letras del tesoro («*treasury bills*») de los EEUU a 90 días y como tasa de crecimiento del consumo la anual del consumo de bienes no-duraderos y servicios durante el período de 1889 a 1978, podemos implícitamente estimar los valores de los parámetros no-observables σ y β que caracterizan las preferencias de los inversores. Hemos de destacar que las series históricas de los procesos estocásticos de las tres variables γ_c , R_s y R_b son consistentes con el supuesto de estacionariedad. Según indican los datos históricos, el crecimiento medio $\bar{\gamma}_c$ del consumo ha sido aproximadamente del 1,8 %, el rendimiento medio $\bar{R}_s$ del índice S&P ha sido aproximadamente del 7 % y el rendimiento medio $\bar{R}_b$ de las letras del tesoro ha sido aproximadamente del 1 %. Por lo tanto, la prima de riesgo media $\bar{\pi}_s$ del índice S&P se sitúa alrededor del 6 %. Por último, mencionemos que la matriz de varianzas y covarianzas históricas de las variables (γ_c, R_s, R_b) es la siguiente:

	γ_c	R_s	R_b
γ_c	0,00127	0,00219	-0,000193
R_s	0,00219	0,0294	0,00104
R_b	-0,000193	0,00104	0,00308

A partir de los anteriores momentos muestrales y para distintos valores de σ , podemos estimar la media histórica del término que aparece dentro de la esperanza en la ecuación (7), para así contrastar la hipótesis nula de que dicha esperanza sea igual a cero. El resultado de dicho contraste es que la hipótesis nula debería rechazarse para todos los valores de σ inferiores a 8,5. Tal como veremos más adelante, valores de dicho parámetro tan elevados no son siempre plausibles.

Mehra y Prescott (1985) en su artículo original utilizan otro procedimiento para plantear su puzzle, el cual consiste en calcular explícitamente los precios de las acciones y de las letras del tesoro gracias al supuesto de que la tasa de crecimiento de los dividendos agregados de las acciones incluidas en el índice S&P está perfectamente correlacionada con la tasa de crecimiento del consumo per cápita. Dicho supuesto no es más que la consecuencia de suponer a su vez que hay una única fuente de producción estocástica en la economía y que el bien producido es perecedero. En efecto, supongamos que el proceso estocástico del producto per cápita sea $\{y_{t+j}\}_{j=0}^{\infty}$ y que la cartera contenida en el índice S&P permita a su propietario disponer del flujo de dividendos representado por dicho proceso de producto per cápita. Si el mercado del bien está en equilibrio tendremos que $c_t = y_t$ para todo período t . Así, la fórmula del precio $p_{t,s}$ del índice S&P se obtendría a partir de la expansión recursiva hacia adelante de la condición (4) y utilizando la condición de equilibrio $d_{t,s} = y_t = c_t$,²

$$p_{t,s} = \frac{1}{u'(y_t)} \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j E_t (u'(y_{t+j}) \cdot y_{t+j}) \right\} = (y_t)^{\sigma} \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j E_t ((y_{t+j})^{1-\sigma}) \right\}.$$

A partir del anterior precio y de (6) podemos calcular el rendimiento del índice S&P,

$$R_{t+1,s} = \frac{p_{t+1,s} + y_{t+1}}{p_{t,s}}.$$

De manera análoga, dado que los dividendos de una letra del tesoro a un período vista, emitida en el período t satisfacen

$$d_{j,b} = \begin{cases} 1 & \text{para } j = t+1 \\ 0 & \text{para } j > t+1, \end{cases}$$

el precio $p_{t,b}$ de dicha letra del tesoro sería

$$p_{t,b} = \frac{\beta^j E_t (u'(y_{t+j}))}{u'(y_t)} = \beta^j (y_t)^{\sigma} E_t ((y_{t+j})^{-\sigma}), \quad (9)$$

2. Brock (1982) considera una economía con producción en la que parte del producto puede destinarse a inversión.

por lo que el rendimiento de dicha letra sería simplemente

$$R_{t,b} = \frac{1}{p_{t,b}} = \frac{1}{\beta^j (y_t)^\sigma E_t \left((y_{t+j})^{-\sigma} \right)}.$$

Mehra y Prescott suponen además que la tasa de crecimiento de y_t está gobernada por una cadena de Markov tal que

$$y_{t+1} = \gamma_{t+1} y_t,$$

con $E(\gamma_t) = 1,018$, $\sqrt{\text{Var}(\gamma_t)} = 0,036$ y la correlación entre γ_t y γ_{t-1} es $-0,14$, para así ajustar el comportamiento histórico de las tasas de crecimiento del PNB. La estimación de la prima de riesgo media $\bar{\pi}_s = E(R_{t,s} - R_{t,b})$ es ahora inmediata. Concretamente, Mehra y Prescott calculan las primas de riesgo medias que se pueden obtener restringiendo los valores del parámetro σ entre 0 y 10, del valor del parámetro β entre 0 y 1 y el rendimiento medio de las letras del tesoro a valores inferiores al 4 %. En todos los casos, la prima de riesgo media no supera el 0,35 %, lo cual contrasta enormemente con el valor del 6 % que se observa para la prima de riesgo media histórica.

Utilizando cualquiera de los dos procedimientos que acabamos de describir obtendríamos unos valores del parámetro σ mayores que 8,5, lo cual implicaría una aversión al riesgo exageradamente alta, ya que resulta incompatible con otros resultados empíricos en el ámbito microeconómico (tal como el comportamiento individual en apuestas, en la selección de cartera o en la demanda de seguros) y macroeconómico (tal como la relación entre consumo e inversión o el patrón de consumo a lo largo del ciclo vital).³ Dichos estudios estiman el valor del parámetro σ entre 1 y 3.

Hemos de señalar que el puzzle de la prima de riesgo ha sido también detectado en otros países en distintos grados (véase Roy, 1994).⁴ A continuación veremos cómo es posible generar primas de riesgo más elevadas preservando unos niveles más plausibles de aversión al riesgo. Para ello modificaremos en primer lugar la forma funcional de la función de utilidad instantánea.

3. Formación de hábitos y externalidades en el consumo

La formulación de la función de utilidad instantánea que hemos utilizado en la sección anterior implica que los inversores derivan utilidad en cada período exclusivamente del nivel absolu-

3. Véase Mankiw y Zeldes (1991), Friend y Blume (1975), Arrow (1971) para la evidencia microeconómica y Tobin y Dolde (1971), Kydland y Prescott (1982) para la evidencia macroeconómica.

4. Alonso, Rubio y Tusell (1990) estiman el parámetro σ de aversión relativa al riesgo a partir de datos del mercado de capitales español entre 1965 y 1984, obteniendo un valor de 3,88. De hecho, las primas de riesgo documentadas por Rubio (1991) para el mercado español en el mismo período son muy bajas, ya que se sitúan alrededor del 0,65 %.

to de su consumo en dicho período. Vamos a suponer, en esta sección, que las preferencias en cada período son endógenas y que la utilidad derivada instantáneamente del consumo en un período dado depende de un nivel de referencia, que se puede interpretar como un estándar de vida, el cual puede variar con el tiempo. Dicho estándar de vida puede depender de los niveles de consumo pasados de cada inversor o del nivel de consumo medio de la economía, ya sea presente o pasado.

En términos generales podemos suponer que la función de utilidad instantánea en el período t es

$$u(c_t, c_{t-1}, \bar{c}_t, \bar{c}_{t-1}), \quad (10)$$

donde $\bar{c}_t$ denota el consumo medio de la economía en el período t . Cuando la derivada de u respecto a c_{t-1} sea decreciente, diremos que las preferencias del individuo en cuestión exhiben «formación de hábitos» puesto que el nivel de consumo pasado individual aumenta el estándar de vida y esto hace que el individuo requiera un nivel más alto de consumo presente para mantener el mismo nivel de utilidad. El consumo medio presente $\bar{c}_t$ de la economía también puede influir en el nivel de utilidad ya que los individuos pueden comparar su nivel de consumo con el de sus vecinos de manera que las consideraciones de envidia (o de altruismo-patriotismo) aparezcan a la hora de valorar el nivel de consumo presente individual. Similares consideraciones hemos de hacer a la hora de comparar el consumo presente con el consumo medio pasado $\bar{c}_{t-1}$.⁵ Cuando los consumos medios $\bar{c}_t$ o $\bar{c}_{t-1}$ aparecen como argumentos en la función de utilidad, el consumo genera externalidades, ya que cuando un inversor en una economía grande decide su nivel de consumo, no tiene en cuenta los efectos externos (ya sean positivos o negativos) sobre la utilidad de los otros inversores.⁶

Consideremos en primer lugar el caso en el que las preferencias exhiban formación de hábitos internos y en el que el consumo medio no genere externalidades. Por lo tanto, la utilidad

5. Cuando el consumo medio pasado afecta negativamente al nivel de utilidad presente, algunos autores dicen que las preferencias exhiben formación de hábitos «externos». Tal es el caso de Constantinides (1990), Abel (1999), y Campbell y Cochrane (1999).

6. La especificación de la función de utilidad (10) puede generalizarse y escribirse como $u(c_t, h_t, \bar{c}_t, \bar{h}_t)$, donde h_t es el *stock* de hábitos internos acumulados hasta el período t . Dicho *stock* evoluciona de acuerdo con la ecuación

$$h_t = (1 - \lambda) \sum_{i=0}^{\infty} (\lambda^i c_{t-i-1}), \quad \lambda \in (0, 1).$$

La variable $\bar{h}_t$ es el *stock* de hábitos externos acumulados hasta el período t . Dicho *stock* satisface a su vez

$$\bar{h}_t = (1 - \kappa) \sum_{i=0}^{\infty} (\kappa^i \bar{c}_{t-i-1}), \quad \kappa \in (0, 1).$$

Los coeficientes λ y κ son parámetros que reflejan la «durabilidad» de los hábitos. Claramente, la formulación (10) corresponde al caso límite $\lambda = \kappa = 0$.

instantánea en t es $u(c_t, c_{t-1})$. Las funciones $u(c_t, c_{t-1})$ y $u_2(c_t, c_{t-1})$ son las derivadas parciales de $u(\cdot, \cdot)$ respecto al primer y segundo argumento, respectivamente. En este caso, la condición de primer orden (5) pasa a ser

$$\beta E_t \left(\frac{u_1(c_{t+1}, c_t) + \beta u_2(c_{t+2}, c_{t+1})}{u_1(c_t, c_{t-1}) + \beta u_2(c_{t+1}, c_t)} \cdot R_{t+1,i} \right) = 1, \text{ para } i = 0, 1, \dots, I. \quad (11)$$

Vemos pues que, cuando el inversor elige en el momento t su consumo presente c_t y las propiedades del proceso estocástico de consumo futuro (mediante su selección de cartera), toma como dado su consumo pasado c_{t-1} y tiene en cuenta como el nivel c_t afecta a su valoración del consumo futuro. Obsérvese a este respecto como el consumo presente c_t aparece tanto en el denominador como en el numerador de la relación marginal de sustitución que aparece en la ecuación (11).

Supongamos más específicamente que la forma funcional de la función de utilidad sea

$$u(c_t, c_{t-1}) = \frac{(c_t - \gamma c_{t-1})^{1-\sigma}}{1-\sigma}, \text{ con } \sigma > 0 \text{ y } \gamma \in (0, 1). \quad (12)$$

La anterior forma funcional implica que la utilidad marginal de una unidad adicional de consumo en el período t es una función creciente del consumo en el período $t - 1$. Si el valor del parámetro γ fuera muy alto, entonces los inversores serían muy aversos a un riesgo que pusiera en peligro su mera supervivencia. Vemos que la supervivencia sólo se consigue cuando el argumento $c_t - \gamma c_{t-1}$ es positivo. Por lo tanto, la aversión al riesgo de los individuos es creciente en el parámetro γ . De hecho, autores como Ferson y Constantinides (1991), Constantinides (1990) y Boldrin *et al.* (2001) consiguen replicar la media empírica de la prima de riesgo eligiendo valores del parámetro γ bastante altos (superiores a 0,7) juntamente con valores de σ alrededor de 1. Algunos autores como Kocherlakota (1996) consideran dichos valores como excesivos y argumentan que una calibración más razonable como $\gamma = 0,174$ sólo consigue replicar la prima de riesgo y el tipo de interés medio con valores de σ exageradamente altos. Esto lleva a este último autor a afirmar que la formación de hábitos por sí sola es incapaz de solucionar el puzzle de la prima de riesgo.

Consideremos ahora otro caso extremo en el que no tengamos hábitos externos, pero sí externalidades en el consumo. La función de utilidad es pues $u(c_t, \bar{c}_t, \bar{c}_{t-1})$. Podemos especializar la anterior función de utilidad y suponer que

$$u(c_t, \bar{c}_t, \bar{c}_{t-1}) = \frac{1}{1-\sigma} \left(\frac{c_t}{(\bar{c}_t)^\mu (\bar{c}_{t-1})^\nu} \right)^{1-\sigma}, \text{ con } \sigma > 0. \quad (13)$$

Vemos pues que el inversor deriva la utilidad de su consumo actual en función del consumo me-

dio de la economía presente y pasada. Así, cuando un inversor elige su cartera y su consumo, toma como dados los valores medios del consumo de la economía. Por lo tanto, en lo que concierne a la decisión individual el problema de maximización es similar al de la sección 2 ya que los consumos $\bar{c}_t$ y $\bar{c}_{t-1}$ juegan el papel de parámetros dados en el período t . Sin embargo, en equilibrio ha de cumplirse que $\bar{c}_t = c_t$ para todo t , si todos los inversores son iguales.

Los parámetros μ y ν pueden tomar valores positivos o negativos dependiendo de si el individuo es «envidioso» o «patriota». El caso $\mu \neq 0$ y $\nu = 0$ es el considerado por Galí (1994) y es conocido popularmente como «keeping up with the Joneses». En dicho caso la aversión al riesgo del individuo es creciente respecto al parámetro ν ya que valores altos de dicho parámetro hacen que la utilidad marginal del consumo del individuo sea muy sensible a fluctuaciones agregadas del consumo. El caso $\mu = 0$ y $\nu \neq 0$ se conoce como «catching up with the Joneses» (véase Abel, 1990) y conlleva resultados similares para valores altos del parámetro ν . En ambos casos, el parámetro σ de aversión al riesgo respecto al consumo individual puede mantenerse en valores alrededor de 6 y, al mismo tiempo, replicar el comportamiento histórico de las primas de riesgo. Vemos pues que las soluciones al puzzle de la prima de riesgo propuestas en esta sección tienen un alcance bastante limitado.

Debemos mencionar que varios artículos han considerado una formulación «aditiva» de las preferencias representadas por (13). Dicha formulación sería

$$u(c_t, \bar{c}_t, \bar{c}_{t-1}) = \frac{1}{1-\sigma} (c_t - \mu \bar{c}_t - \nu \bar{c}_{t-1})^{1-\sigma}, \text{ con } \sigma > 0, \quad (14)$$

la cual generaría resultados similares, siempre que el término dentro del paréntesis fuera positivo. Simétricamente, la especificación de los hábitos internos (12) admite una formulación «multiplicativa» del tipo

$$u(c_t, c_{t-1}) = \frac{1}{1-\sigma} \left(\frac{c_t}{(c_{t-1})^\gamma} \right)^{1-\sigma}, \text{ con } \sigma > 0, \quad (15)$$

la cual requiere restricciones adicionales en sus parámetros para que sea cóncava respecto a sus dos argumentos.

En resumen, las propuestas para resolver el puzzle de la prima de riesgo que hemos expuesto en esta sección descansan básicamente en suponer que los individuos son muy aversos a las variaciones en el consumo, ya sea el suyo propio o el de la economía en su conjunto.

4. La interacción entre riesgos subyacentes y preferencias

Otra manera de justificar las elevadas primas de riesgo históricas proviene de la introducción de fuentes de incertidumbre adicionales, ante las cuales los individuos no puedan asegurarse. Si exis-

tieran activos asociados a estas fuentes de riesgo que pudieran intercambiarse en mercados financieros, entonces volveríamos a una situación llamada de mercados «completos» que sería equivalente a la que hemos considerado hasta ahora. Mencionemos incidentalmente que el supuesto de mercados completos permite a su vez dar una justificación al supuesto de que los inversores son idénticos, ya que los distintos riesgos se acabarían repartiendo entre los inversores en equilibrio.

Resulta evidente que hay ciertas fluctuaciones de la renta que son difícilmente asegurables, tales como las fluctuaciones en las rentas laborales. En este caso, la restricción presupuestaria de un individuo pasaría a ser

$$\sum_{i=0}^I a_{t,i} (p_{t,i} + d_{t,i}) + z_t = \sum_{i=0}^I a_{t+1,i} p_{t,i} + c_t ,$$

donde z_t es un riesgo (o *shock*) de renta no diversificable. El proceso estocástico de esta nueva variable aleatoria z_t puede exhibir persistencia, en cuyo caso la autocorrelación de z_t es muy elevada, o puede exhibir un elevado grado de transitoriedad de manera que haya cierta independencia estadística entre z_t y z_{t+j} para $j \neq 0$. Si estos *shocks* fueran transitorios, el hecho de que los inversores pudieran realizar operaciones de crédito y de préstamo sobre un horizonte largo de tiempo y de que el impacto sobre el valor presente de la renta en términos esperados fuera pequeño, provocaría que el efecto de estos *shocks* sobre el comportamiento de los inversores fuera prácticamente negligible. Por lo tanto, tal como Telmer (1993) y Lucas (1994) señalan, la introducción de *shocks* transitorios no puede conducirnos a una resolución del puzzle de la prima de riesgo. A este respecto las estimaciones sobre la autocorrelación anual de las rentas del trabajo se sitúan alrededor del 0,5, el cual es un valor que según estos autores resulta insuficiente para explicar el elevado grado de aversión implícito en las primas de riesgo históricas.

Cuando los *shocks* tienen un carácter permanente, la historia cambia radicalmente, ya que tales *shocks* pueden conllevar una gran variabilidad en el valor presente de la renta del inversor. Por lo tanto, la aparición de riesgos permanentes no-diversificables puede generar cambios sustanciales en la actitud de los individuos frente al riesgo y, tal como veremos, puede provocar que los individuos sólo estén dispuestos a aceptar el riesgo adicional de las acciones bursátiles a cambio de una elevada prima de riesgo. Observemos pues que, manteniendo niveles de aversión al riesgo razonables, la prima de riesgo podría elevarse mediante la introducción de estos últimos *shocks*.

La cuestión que ahora se nos plantea es saber qué características estadísticas han de tener estos *shocks* permanentes y no asegurables y qué características han de tener las preferencias para que su interacción eleve la aversión al riesgo de los individuos, con lo que así se resolvería el puzzle de la prima de riesgo. Para abordar dicha cuestión consideremos una economía estática en la que los individuos toman sus decisiones de cartera en el período 0 y en el período 1 reciben los dividendos y el principal de su cartera, juntamente con una renta que es incierta en el período 0. Asimismo, supondremos que los individuos sólo quieren consumir en el período 1. Este marco de análisis con un horizonte temporal tan corto nos asegura el carácter perma-

nente de los *shocks* de renta. Supondremos que esta renta aleatoria es independiente de los dividendos de los activos existentes, para así eliminar toda posibilidad de aseguramiento implícito mediante el mercado de capitales. Dicha renta la escribiremos como $z = w + \varepsilon$, donde w es el componente no estocástico de la renta. Definamos la función $v(w) \equiv E(u(w + \varepsilon))$, por lo que estaremos interesados en hallar condiciones sobre u y ε tales que hagan que la función $v(w)$ tenga más aversión al riesgo que la función original $u(w)$. En nuestro análisis utilizaremos otra medida de aversión al riesgo totalmente estándar, como es el índice de aversión absoluta al riesgo de Arrow-Pratt (Arrow, 1970 y Pratt, 1964), $A_u(w) = -u''(w) / u'(w)$. Dicho índice es proporcional a la cantidad que los individuos están dispuestos a pagar para no tener que enfrentarse a riesgos pequeños. Por lo tanto, queremos saber bajo qué condiciones se cumple que

$$A_v(w) \equiv \frac{-E(u''(w + \varepsilon))}{E(u'(w + \varepsilon))} \geq \frac{-u''(w)}{u'(w)} \equiv A_u(w), \text{ para todo } w. \quad (16)$$

La anterior condición es equivalente a decir que la presencia del riesgo ε hace al individuo más averso al riesgo y, por lo tanto, su predisposición a aceptar otro riesgo independiente disminuye.

En caso de que el riesgo ε tenga esperanza no-positiva, Weil (1992) demostró inicialmente que su introducción hace que los individuos exhiban más aversión al riesgo, si el índice de prudencia de la función de utilidad u , $P_u(w) = -u'''(w) / u''(w)$ es decreciente (véase también Kimball, 1993). Sin embargo, posteriormente se demostró que esa condición era mucho más fuerte de lo necesario; ya que la propiedad, que ha de satisfacer la función de utilidad u para que la introducción de un riesgo ε (tal que $E(\varepsilon) \leq 0$) aumente la aversión absoluta al riesgo, es mucho más débil y se conoce como «vulnerabilidad al riesgo» (véase Gollier y Pratt, 1996). De hecho, la mayoría de las funciones de utilidad, tal como la isoelástica o la exponencial, exhiben un índice de prudencia decreciente y, por lo tanto, satisfacen la propiedad de vulnerabilidad al riesgo.

Otros riesgos que pueden aparecer son aquellos que son siempre negativos, en cuyo caso la condición de tener un índice $A_u(\cdot)$ de aversión absoluta al riesgo decreciente es obviamente suficiente para que estos riesgos satisfagan la condición (16). Por otra parte, Eeckhoudt, Gollier y Schlesinger (1996) consideran algunos cambios en la estructura del riesgo subyacente que generen desplazamientos del riesgo que sean dominados en el sentido de dominancia estocástica de segundo orden.⁷ Estos últimos autores obtienen la correspondiente condición que

7. De acuerdo con Hadar y Russell (1969), Rothschild y Stiglitz (1970), la variable aleatoria δ domina a la variable η según el criterio de dominancia estocástica de segundo orden cuando

$$\int_a^c [F_\delta(y) - F_\eta(y)] dy \leq 0 \text{ para todo } c \in [a, b],$$

donde $F_\delta(y)$ y $F_\eta(y)$ son las funciones de distribución de las variables aleatorias δ y η en que $[a, b]$ es el soporte de dichas variables. La anterior condición integral es equivalente a decir que todos los individuos que maximicen la utilidad esperada de una función de utilidad creciente y cóncava prefieren tener un consumo dado por la variable δ que por la variable η .

ha de satisfacer la utilidad u para que se produzca una elevación de la prima de riesgo en este caso.

Finalmente, Caballé y Pomansky (1997) consideran cualquier riesgo arbitrario y lo clasifican de acuerdo con las propiedades de su transformada de Laplace. Sea $\psi_\varepsilon(x)$ la transformada de Laplace de la función de distribución $G_\varepsilon(y)$ de la variable aleatoria no degenerada ε , es decir $\psi_\varepsilon(x) = \int_0^\infty e^{-xy} dG_\varepsilon(y)$. Recordemos que la transformada de Laplace de ε satisface $\psi_\varepsilon(0) = 1$, $\psi'_\varepsilon(0) = -E(\varepsilon)$ y $\psi''_\varepsilon(x) > 0$ para todo $x \in (0, \infty)$. Podemos entonces hacer la siguiente partición del conjunto de riesgos: (I) un riesgo ε es injusto si $E(\varepsilon) \leq 0$, en cuyo caso $\psi_\varepsilon(x) > 1$ para todo $x \in (0, \infty)$; (II) un riesgo es potencialmente indeseable si $E(\varepsilon) > 0$ y $Prob(\varepsilon < 0) > 0$, en cuyo caso existe un número real $x^* \in (0, \infty)$ tal que $\psi_\varepsilon(x^*) = 1$, $\psi_\varepsilon(x) < 1$ para todo $x \in (0, x^*)$, y $\psi_\varepsilon(x) > 1$ para todo $x \in (x^*, \infty)$; y (III) un riesgo es positivo si $Prob(\varepsilon < 0) = 0$, en cuyo caso $\psi_\varepsilon(x) < 1$ para todo $x \in (0, \infty)$. Por último definamos x_{inf} como el número real extendido no-negativo en el que la transformada de Laplace $\psi_\varepsilon(x)$ del riesgo ε alcanza su mínimo. De la anterior discusión se deduce que a) si el riesgo ε es injusto, entonces $x_{inf} = 0$; y b) si ε es potencialmente indeseable, entonces $x_{inf} \in (0, x^*)$; y c) si ε es positivo, entonces $x_{inf} = \infty$.

En su análisis, Caballé y Pomansky (1997) consideran la clase de funciones de utilidad mixtas analizadas, a su vez, en Caballé y Pomansky (1996) y que son aquéllas que son crecientes y tienen derivadas que alternan su signo a medida que aumenta progresivamente el orden de su derivada. Mencionemos incidentalmente que estas funciones tienen un índice de prudencia decreciente y en su clase se incluyen también todas las funciones de utilidad que se utilizan en el análisis financiero más aplicado. Una función mixta u definida para valores de consumo positivos admite la siguiente representación integral de acuerdo con el teorema de Bernstein (véase Widder, 1941):

$$u'(w) = \int_0^\infty e^{-qw} dF(q),$$

para alguna función de distribución F definida en $[0, \infty]$. Dicho de otro modo, la utilidad marginal de una función mixta es una transformada de Laplace.⁸ Sean $\bar{q}$ y $\underline{q}$ el supremo y el ínfimo del soporte de la distribución asociada a la función de distribución F . Obviamente, dicha función de distribución F caracteriza unívocamente la utilidad mixta u .

El resultado principal de Caballé y Pomansky (1997) es que si u es una utilidad mixta y el índice A_u de aversión absoluta al riesgo de u es estrictamente decreciente, entonces $A_u(w) < A_u(w)$ para todo w cuando $x_{inf} \geq \bar{q}$, mientras que $A_u(w) > A_u(w)$ para todo w cuando $x_{inf} \leq \underline{q}$.

8. Por ejemplo, la función de utilidad isoeástica está asociada a una distribución sobre los exponentes $q \in [0, \infty]$ con densidad potencial, la utilidad con aversión absoluta al riesgo constante (CARA) está asociada a la distribución de Dirac y la función logarítmica a la distribución con densidad exponencial. Estas funciones son casos particulares de las funciones HARA discutidas en Cass y Stiglitz (1970), que son aquéllas que exhiben una aversión absoluta al riesgo hiperbólica y que están asociadas a distribuciones sobre los exponentes q del tipo Gamma.

donde $A_v(w)$ y $A_u(w)$ están definidos en (16). Una implicación del anterior resultado es que si $A_u(w)$ es estrictamente decreciente, entonces $A_v(w) > A_u(w)$ para todo w si ε es un riesgo injusto (el cual es un resultado que ya se obtenía a partir de la propiedad de vulnerabilidad al riesgo). Por contra, $A_v(w) < A_u(w)$ para todo w si ε es positiva (el cual es un resultado que ya se obtenía a partir de la propiedad de aversión absoluta al riesgo decreciente). Obviamente, las anteriores condiciones suficientes pueden relajarse ya que, para el análisis local del comportamiento de la aversión al riesgo, sólo necesitamos asegurar que la distribución sobre los exponentes de una utilidad mixta (caracterizada por la función F) esté suficientemente concentrada encima o debajo del punto x_{inf} en el que la transformada de Laplace del riesgo ε alcanza su ínfimo.

En resumen, el anterior análisis proporciona unas combinaciones de preferencias y riesgos que permiten lograr aumentos (o disminuciones) en las primas de riesgo requeridas por los inversores; que dichas combinaciones se produzcan realmente pasa a ser ahora una cuestión puramente empírica.

5. Consideraciones finales: un nuevo puzzle y nuevas soluciones

Debemos mencionar que el puzzle de la prima de riesgo conlleva un puzzle asociado, conocido como el puzzle de los tipos de interés (Weil, 1989). Dicho puzzle consiste en que, si queremos replicar las primas de riesgo históricas, hemos de suponer que la aversión al riesgo es muy elevada y, bajo las preferencias representadas por la función de utilidad (2), esto implica que a los individuos les disgusta estar expuestos a cambios en sus trayectorias de consumo individual. Esta última propiedad, combinada con los tipos de interés tan bajos que se han observado históricamente, generaría unas tasas de ahorro y, por lo tanto, de crecimiento económico extremadamente bajas. Sin embargo, dicho ahorro ha sido históricamente alto, puesto que ha permitido generar tasas de crecimiento anuales que se sitúan alrededor del 2 % para la economía de los EEUU.

A un nivel más formal, si calculásemos los rendimientos medios implícitos de las letras del tesoro a partir de la ecuación (8), utilizando para ello las propiedades muestrales de la tasa de crecimiento γ_c del consumo per cápita, unos valores de β menores que 1 y unos valores de σ mayores que 8,5, obtendríamos un rendimiento esperado de las letras del tesoro muy superior a su rendimiento medio histórico. Dicho de otra manera, para valores de σ superiores a 8,5, la ecuación (8) es incompatible con los momentos históricos de la tasa de crecimiento del consumo y de los rendimientos de las letras del tesoro para todos los valores de β inferiores a 1.

Hay que señalar que en la forma funcional (2) de la función de utilidad el parámetro σ juega un doble papel. Por una parte, tal como ya hemos visto, es un indicador de la aversión al riesgo del inversor, pero por otra parte es la inversa de la elasticidad de sustitución intertemporal. En

efecto, un valor alto de σ indica que el inversor quiere que su consumo en distintos períodos sea muy similar, es decir, el inversor detesta cambios súbitos en su trayectoria de consumo individual. Una manera de romper este vínculo entre elasticidad de sustitución intertemporal y aversión al riesgo es mediante formas funcionales con dos parámetros que estén asociados a estas dos propiedades intrínsecamente distintas. Por ejemplo, Epstein y Zin (1989, 1991), Weil (1989) y Kocherlakota (1990) proponen la siguiente fórmula recursiva para definir las preferencias:

$$u_t = \left[(c_t)^{1-\rho} + \beta \left[E_t \left((u_{t+1})^{1-\sigma} \right) \right]^{\frac{1-\rho}{1-\sigma}} \right]^{\frac{1}{1-\rho}}. \quad (17)$$

Bajo esta formulación se puede demostrar que σ es una medida de la aversión relativa al riesgo, mientras que la elasticidad intertemporal de sustitución es $1/\rho$. Obviamente, cuando $\sigma = \rho$, la expresión (17) se transforma en la especificación tradicional (2). Esta nueva especificación puede ser útil para resolver el puzzle de los tipos de interés. En efecto, valores bajos de ρ conllevan una elasticidad de sustitución alta y, por lo tanto, a pesar de que los tipos de interés sean muy bajos, los individuos están dispuestos a ahorrar lo suficiente como para generar elevadas tasas del crecimiento del consumo. Sin embargo, debemos destacar que la formulación de las preferencias dada en (17) no nos ayuda a resolver el puzzle de la prima de riesgo, ya que ésta depende exclusivamente del parámetro de aversión al riesgo σ .

La anterior discusión nos lleva a señalar que en las especificaciones de preferencias con formación de hábitos y/o externalidades en el consumo, los parámetros γ , μ y ν , que aparecen en las formulaciones (12), (13), (14) y (15) no sólo afectan al grado de aversión al riesgo de los individuos sino también a su predisposición a sustituir consumo entre distintos períodos. Por lo tanto, en contextos dinámicos determinantes se pueden analizar cuestiones tales como el efecto de los hábitos y de las externalidades en el consumo sobre la velocidad de convergencia hacia el estado estacionario de la economía, sobre la propensión al ahorro agregado o sobre el diseño de políticas impositivas óptimas (véase Alessie y Lusardi, 1997; Carroll, Overland y Weil, 1997, 2000; Fisher y Hof, 2000; de la Croix, 1998; y Alonso-Carrera, Caballé y Raurich, 2001, entre muchos otros).

Asimismo, en contextos estocásticos la formación de hábitos y las externalidades en el consumo pueden ser factores cruciales a la hora de determinar las primas de vencimiento, es decir, las diferencias esperadas de rendimientos anuales de activos con distintos vencimientos (Abel, 1999).

Señalemos también que la introducción de fuentes de riesgo permanentes y no-diversificables constituye una posible resolución del puzzle de los tipos de interés. Dichos riesgos asociados al proceso de renta pueden generar un deseo de ahorrar por razones de precaución, lo cual podría servir para justificar niveles de ahorro altos que sean compatibles con tipos de interés bajos (véase Weil, 1992; Constantinides y Duffie, 1996; y Kimball, 1990).

Otras tentativas para resolver los puzzles de la prima de riesgo y de los tipos de interés se

han basado en introducir fricciones en el mercado de capitales. Así, por ejemplo, cuando los individuos se enfrentan a restricciones en su capacidad de endeudamiento, la demanda de préstamos (es decir, la oferta de bonos) será baja. Para vaciar el mercado de préstamos, los tipos de interés deben ser bajos ya que así se reduce la oferta de préstamos (la demanda de bonos). Obtenemos de esta manera una resolución del puzzle de los tipos de interés. Sin embargo, si a las restricciones de endeudamiento añadiéramos simultáneamente restricciones en la capacidad de los inversores para asumir posiciones «cortas» en el mercado de acciones («short selling constraints»), entonces la oferta de acciones disminuiría. Por lo tanto, el rendimiento de las acciones también debería disminuir de forma paralela con lo que el puzzle de la prima de riesgo persistiría de manera invariable (véase Heaton y Lucas, 1995, 1996).

Otra fricción relevante en el mercado bursátil se refiere al hecho de que las transacciones con acciones conllevan costes tales como impuestos, tasas, costes de información, etc. Tales costes son muchísimo más pequeños para los activos sin riesgo. La implicación inmediata es que la prima de riesgo de las acciones ha de ser alta para así compensar dichos costes de transacción. Esta es la teoría defendida por Aiyagari y Gertler (1991) y los propios Heaton y Lucas (1995, 1996) para resolver el puzzle de la prima de riesgo.

Respecto a las dos últimas consideraciones, McGrattan y Prescott (2001) han afirmado recientemente que, si se tienen en cuenta la evolución de las disposiciones en los códigos fiscales en los EEUU (consistente en una mejora progresiva del trato impositivo a los dividendos),⁹ así como la desaparición de las antiguas regulaciones que impedían a los fondos de pensiones acumular acciones como reservas, el puzzle de la prima de riesgo de las acciones deja incluso de existir en el período posterior a la segunda guerra mundial. En todo caso, varios autores recientes han detectado que las primas de riesgo han ido disminuyendo en los últimos años, puesto que han pasado del 7 % en el período 1926-1970 al 0,7 % del período 1970-2000. Esta evolución es consistente con el mejor tratamiento fiscal de los dividendos y otros cambios regulatorios que han impulsado los precios de las acciones al alza, reduciendo así su rendimiento (véase McGrattan y Prescott, 2000; y Jagannathan, McGrattan y Scherbina, 2000).

Concluamos este artículo con una manifestación de perplejidad que surge al constatar como uno de los economistas que más han contribuido a popularizar el puzzle de la prima de riesgo (Edward Prescott) es ahora un ferviente defensor de la teoría según la cual dicho puzzle deja de constituir un enigma.

9. Las administraciones de los presidentes Kennedy y Reagan fueron paradigmáticas en este aspecto.

Bibliografia

- ABEL, A. (1990). «Asset prices under habit formation and catching up with the Joneses». *American Economic Review*, 80, p. 38-42.
- (1999). «Risk premia and term premia in general equilibrium». *Journal of Monetary Economics*, 43, p. 3-33.
- AIYAGARI, S. R.; GERTLER, M. (1991). «Asset returns with transaction costs and uninsured individual risks». *Journal of Monetary Economics*, 27, p. 311-331.
- ALESSIE, R.; LUSARDI, A. (1997). «Consumption, saving and habit formation». *Economics Letters*, 55, p. 103-108.
- ALONSO, A.; RUBIO, G.; TUSELL, F. (1990). «Asset pricing and risk aversion in Spain». *Journal of Banking and Finance*, 14, p. 469-481.
- ALONSO-CARRERA, J.; CABALLÉ, J.; RAURICH, X. (2001). «Income taxation with habit formation and consumption externalities». *Working paper*, 496.01. DEHE (UAB), IAE (CSIC).
- ARROW, K. (1971). *Essays in the theory of risk bearing*, Amsterdam: North Holland.
- BOLDRIN, M.; CHRISTIANO, L. J.; FISHER, J. D. M. (2001). «Habit persistence, asset returns, and the business cycle». *American Economic Review*, 91, p. 149-166.
- BREEDEN, D. (1979). «An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities». *Journal of Financial Economics*, 7, p. 265-296.
- BROCK, W. (1982). «Asset prices in production economy». A: MCCALL, J. (editor), *The economics of uncertainty and information*. Chicago: University of Chicago Press.
- CABALLÉ, J.; POMANSKY, A. (1996). «Mixed risk aversion». *Journal of Economic Theory*, 71, p. 485-513.
- (1997). «Complete monotonicity, background risk, and risk aversion». *Mathematical Social Sciences*, 34, p. 205-222.
- CAMPBELL, J. Y.; COCHRANE, J. H. (1999). «By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior». *Journal of Political Economy*, 107, p. 205-251.
- CARROLL, C.; OVERLAND, J.; WEIL, D. (1997). «Comparison utility in a growth model». *Journal of Economic Growth*, 2, p. 339-367.
- (2000). «Saving and growth with habit formation». *American Economic Review*, 90, p. 341-355.
- CASS, D.; STIGLITZ, J. E. (1970). «The structure of investor preferences and asset returns and separability in portfolio allocation: A contribution to the pure theory of mutual fund». *Journal of Economic Theory*, 2, p. 122-160.
- CONSTANTINIDES, G. M. (1990). «Habit formation: A resolution of the equity premium puzzle». *Journal of Political Economy*, 98, p. 519-543.
- CONSTANTINIDES, G. M.; DUFFIE, D. (1996). «Asset pricing with heterogeneous consumers». *Journal of Political Economy*, 104, p. 219-240.

- DE LA CROIX, D. (1998). «Growth and the relativity of satisfaction». *Mathematical Social Sciences*, 36, p. 105-125.
- ECKHOUDT, L.; GOLLIER, C.; SCHLESINGER, H. (1996). «Changes in background risk and risk taking behavior». *Econometrica*, 64, p. 683-689.
- EPSTEIN, L. G.; ZIN, S. E. (1989). «Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption growth and asset returns I: A theoretical framework». *Econometrica*, 57, p. 937-969.
- (1991). «Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption growth and asset returns I: An empirical analysis». *Journal of Political Economy*, 99, p. 263-286.
- FERSON, W. E.; CONSTANTINIDIS, G. M. (1991). «Habit persistence and durability in aggregate consumption: Empirical test». *Journal of Financial Economics*, 29, p. 199-240.
- FISHER, W. H.; HOF, F. X. (2000). «Relative consumption, economic growth, and taxation». *Journal of Economics*, 72, p. 241-262.
- FRIEND, I.; BLUME, M. E. (1975). «The demand for risky assets». *American Economic Review*, 65, p. 900-922.
- GALÍ, J. (1994). «Keeping up with the Joneses: consumption externalities, portfolio choice, and asset prices». *Journal of Money Credit and Banking*, 26, p. 1-8.
- GOLLIER, C.; PRATT, J. W. (1996). «Risk vulnerability and the tempering effect of background risk». *Econometrica*, 64, p. 1109-1123.
- HADAR, J.; RUSSELL, R. (1969). «Rules for ordering uncertain prospects». *American Economic Review*, 59, p. 25-34.
- HEATON, J.; LUCAS, D. (1995). «The importance of investor heterogeneity and financial market imperfections for the behavior of financial assets». *Carnegie - Rochester conference series on public policy*, 42, p. 1-32.
- (1996). «Evaluating the effects of incomplete markets on risk sharing and asset pricing». *Journal of Political Economy*, 104, p. 443-488.
- JAGANNATHAN, R.; MCGRATTAN, E. R.; SCHERBINA, A. (2000). «The declining US equity premium». *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, 24, p. 3-19.
- KIMBALL, M. S. (1990). «Precautionary saving in the small and in the large». *Econometrica*, 58, p. 53-73.
- (1993). «Standard risk aversion». *Econometrica*, 61, p. 589-611.
- KOCHERLAKOTA, N. R. (1990). «Disentangling the coefficient of relative risk aversion from the elasticity of intertemporal substitution: An irrelevance result». *Journal of Financial Economics*, 45, p. 175-190.
- (1996). «The equity premium: It's still a puzzle». *Journal of Economic Literature*, 34, p. 42-71.
- KYDLAND, F. E.; PRESCOTT, E. C. (1982). «Time to build and aggregate fluctuations». *Econometrica*, 50, p. 1345-1370.
- LUCAS, D. (1994). «Asset pricing with undiversifiable risk and short sales constraints: Deepening the equity premium puzzle». *Journal of Monetary Economics*, 34, p. 325-342.

- LUCAS, R. E. Jr. (1978). «Asset prices in an exchange economy». *Econometrica*, 46, p. 1429-1445.
- MANKIW, N. G.; ZELDES, S. P. (1991). «The equity premium and the concentration of aggregate shocks». *Journal of Financial Economics*, 29, p. 97-112.
- MCGRATTAN, E. R; PRESCOTT, E. C. (2000). «Is the stock market overvalued?» *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, 24, p. 20-40.
- (2001). «Taxes, regulations, and asset prices». *Working paper*, 610. Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- MEHRA, R.; PRESCOTT, E. C. (1985). «The equity premium: A puzzle». *Journal of Monetary Economics*, 15, p. 145-162.
- PRATT, J. W. (1964). «Risk aversion in the small and in the large». *Econometrica*, 32, p. 122-136.
- ROTHSCHILD, M.; STIGLITZ, J. E. (1970). «Increasing risk: I, a definition». *Journal of Economic Theory*, 2, p. 225-243.
- ROY, A. (1994). «Multicountry comparisons of consumption-based capital asset pricing model: Germany, Japan, and USA». [Manuscrito]
- RUBIO, G. (1991). «Formación de precios en el mercado bursátil: Teoría y evidencia empírica». *Cuadernos Económicos de ICE*, 49, p. 157-186.
- TELMER, C. I. (1993). «Asset pricing puzzles and incomplete markets». *Journal of Finance*, 48, p. 1803-1832.
- TOBIN, J.; DOLDE, W. (1971). «Wealth, liquidity and consumption». A: *Consumer spending and monetary policy: The linkage*. Boston: Federal Reserve Bank of Boston.
- WEIL, P. (1989). «The equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle». *Journal of Monetary Economics*, 24, p. 401-421.
- (1992). «Equilibrium asset prices with undiversifiable labor income risk». *Journal of Economic Dynamics and Control*, 16, p. 769-790.
- WIDDER, D. V. (1941). *The Laplace transform*. Princeton NJ: Princeton University Press.

Daniel Carrasco
Banc Sabadell

Si tuviéramos la capacidad de predecir el futuro, nuestro trabajo sería muy fácil, pero, obviamente, no la tenemos

ALAN GREENSPAN

Resum

Els indicadors econòmics són instruments utilitzats per a entendre com s'està comportant una economia en termes de creixement, inflació, etc. L'evolució d'aquestes magnituds resulta determinant en el comportament dels diferents mercats financers, per exemple, en l'evolució dels tipus d'interès, en el preu de les accions i en la cotització d'una divisa. Per això, és important entendre el tipus d'informació que proporcionen els diferents indicadors econòmics i la importància que els mercats els donen.

Resumen

Los indicadores económicos son instrumentos utilizados para entender cómo se está comportando una economía en términos de crecimiento, inflación, etc. La evolución de estas magnitudes resulta determinante en el comportamiento de los diferentes mercados financieros, por ejemplo, en la evolución de los tipos de interés, en el precio de las acciones y en la cotización de una divisa. Por ello, es importante entender el tipo de información que proporcionan los distintos indicadores económicos y la importancia que los mercados dan a cada uno de ellos.

1. Utilidad de los indicadores económicos

Cuando nos preguntamos por la situación económica de un país o de una región nos centramos, básicamente, en aspectos relacionados con el crecimiento y la tasa de inflación.¹

¿Está acelerándose el ritmo de crecimiento económico en EEUU?

¿Está perdiendo dinamismo la economía europea?

¿Ha entrado en recesión² la economía japonesa?

¿Están aumentando mucho los precios en España?

¿Hay presiones deflacionistas³ en Japón?

Los indicadores económicos son los instrumentos que permiten dar respuesta a este tipo de preguntas. Existen indicadores de crecimiento (Producto Interior Bruto (PIB),⁴ producción industrial, ventas al detalle, etc.) e indicadores de precios (Índice de Precios al Consumo (IPC),⁵ precios de producción, precios de importación, etc.).

El comportamiento de los indicadores económicos va a ser determinante en la evolución de los principales mercados financieros, esto es, en la evolución de los tipos de interés, del precio de las acciones y de la cotización de las divisas.

Pero existen otros factores que también van a influir en el comportamiento de estos mercados y que, en consecuencia, se tienen que seguir de cerca. Entre los mismos podemos destacar los siguientes:

- las declaraciones y decisiones adoptadas por las autoridades monetarias y políticas;
- posibles problemas en los balances corporativos de las compañías;
- la política de producción de crudo llevada a cabo por la OPEP (Organización de Países Productores de Petróleo);
- conflictos bélicos a escala internacional.
- impagos de deuda soberana en países emergentes;
- etcétera.

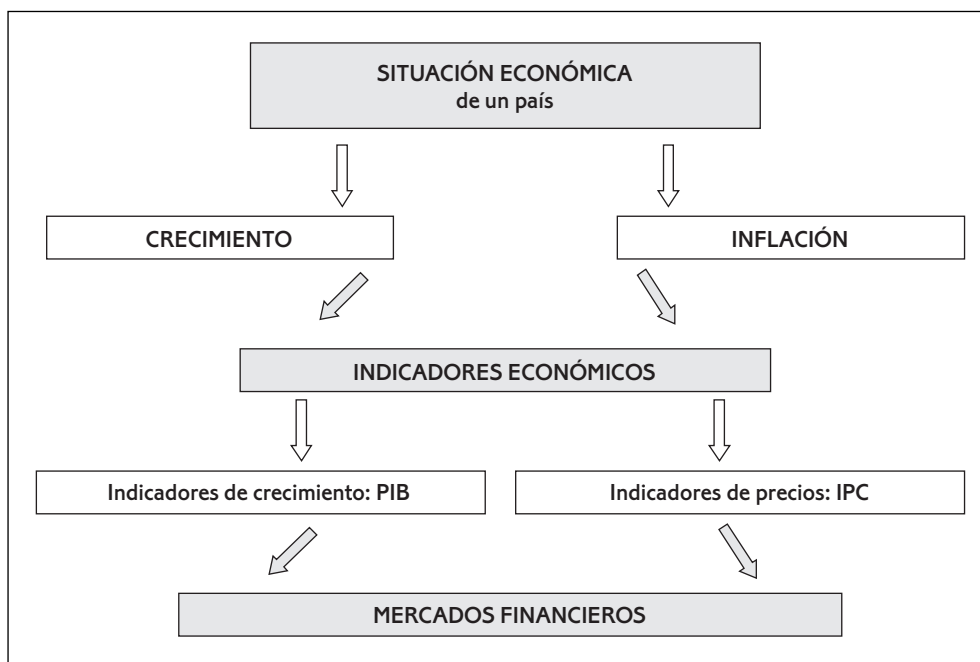
1. La tasa de inflación mide el ritmo al que suben los precios durante un determinado período de tiempo.

2. Las recesiones son períodos caracterizados por un aumento del desempleo y una reducción de la producción. Técnicamente, se dice que una economía entra en recesión cuando el producto interior bruto retrocede durante dos trimestres consecutivos.

3. Se habla de deflación cuando los precios, en lugar de subir, caen.

4. El PIB representa el valor de mercado de todos los bienes y servicios finales producidos en un país durante un determinado período de tiempo. Asimismo, representa la medida básica de la actividad económica de un país.

5. El IPC es un índice que mide el nivel general de precios de una economía y se elabora a partir del precio de una cesta de bienes y servicios representativos.



CUADRO 1. Los indicadores económicos nos ayudan a entender la situación económica de un país y su evolución va a ser determinante en el comportamiento de los distintos mercados financieros.

Llegados a este punto, hay que matizar la utilidad de los indicadores económicos que nos van a permitir:

a) Caracterizar la situación presente de una economía: nos van a proporcionar información sobre el estado de salud actual de una economía.

b) Anticipar el comportamiento futuro de una economía: nos van a proporcionar información a partir de la cual poder extraer conclusiones sobre el posible rumbo de una economía en los próximos meses.

En conclusión, los indicadores económicos nos van a mostrar cómo se encuentra actualmente una determinada economía y cómo podemos esperar que se encuentre en un futuro próximo.

Ejemplo: Situación actual de la economía estadounidense.

Este ejemplo nos va a permitir caracterizar, de forma muy simplificada, la situación económica de EEUU a partir de la información proporcionada por los indicadores económicos.

En el gráfico 1, se puede apreciar, a partir de la evolución del PIB, cómo la economía estadounidense mostró un crecimiento significativo en la década de los noventa. A partir de la segunda mitad de 2000, sin embargo, la economía empezó a perder dinamismo. Y desde principios de 2002, se observa un nuevo cambio de tendencia en que la economía está recuperando parte de este dinamismo perdido.

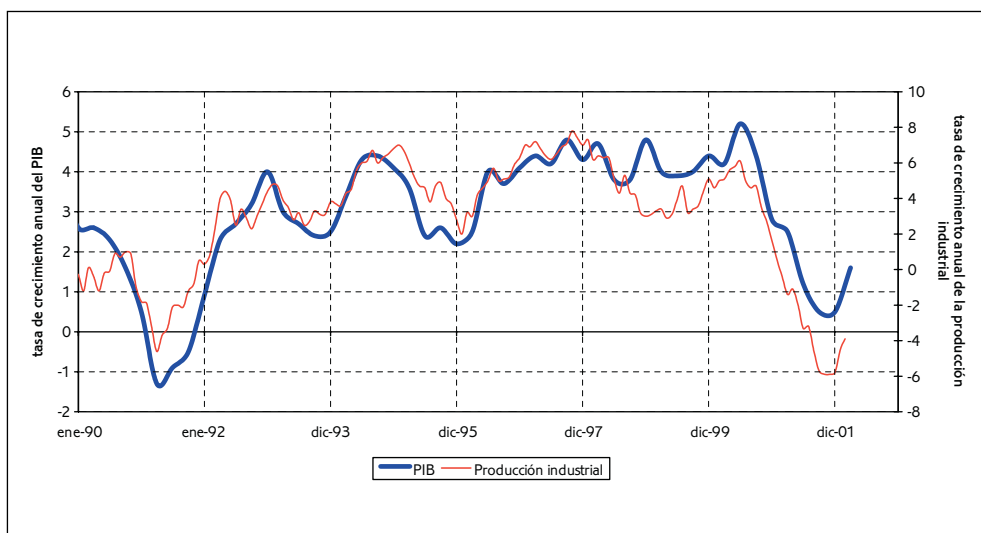


GRÁFICO 1. Evolución del PIB y de la producción industrial de EEUU desde 1990.

En el gráfico, también se observa cómo la serie de producción industrial se mueve de forma muy similar a la del PIB.⁶ Lo interesante de esta serie, radica en que se publica con carácter mensual, mientras que la del PIB se conoce trimestralmente. Esto significa que, aunque el PIB sea el indicador básico de la actividad económica de un país, existen indicadores análogos que, con una mayor periodicidad, nos informan sobre el comportamiento de una economía.

Para profundizar un poco más en el análisis, vamos a desglosar el PIB desde el punto de vista del gasto o de la demanda agregada.⁷ Para ello, debemos preguntarnos por los distintos usos o destinos que se les dan a los bienes y servicios finales producidos en un país.

La demanda total de la producción interior de un país está constituida por cuatro componentes o agregados:

- el consumo de los hogares;
- la inversión de las empresas;
- la compra de bienes y servicios por parte del gobierno;
- la demanda exterior.

$$\text{PIB} = \text{consumo privado} + \text{inversión empresarial} + \text{gasto público} + \text{exportaciones netas}^8$$

6. El PIB no está constituido únicamente por la actividad en el sector industrial. La actividad en el sector servicios, por ejemplo, también forma parte del PIB.

7. El PIB también se puede medir como la suma de la renta de los factores productivos o como la suma del valor añadido de todas las empresas de una economía. Con independencia del método utilizado, el valor final del PIB debe ser el mismo.

8. Las exportaciones netas se definen como la diferencia entre las exportaciones y las importaciones.

Para cada uno de estos agregados, existen indicadores que, con periodicidad mensual, nos informan sobre el comportamiento de los mismos y, en consecuencia, sobre el comportamiento de la economía en general.

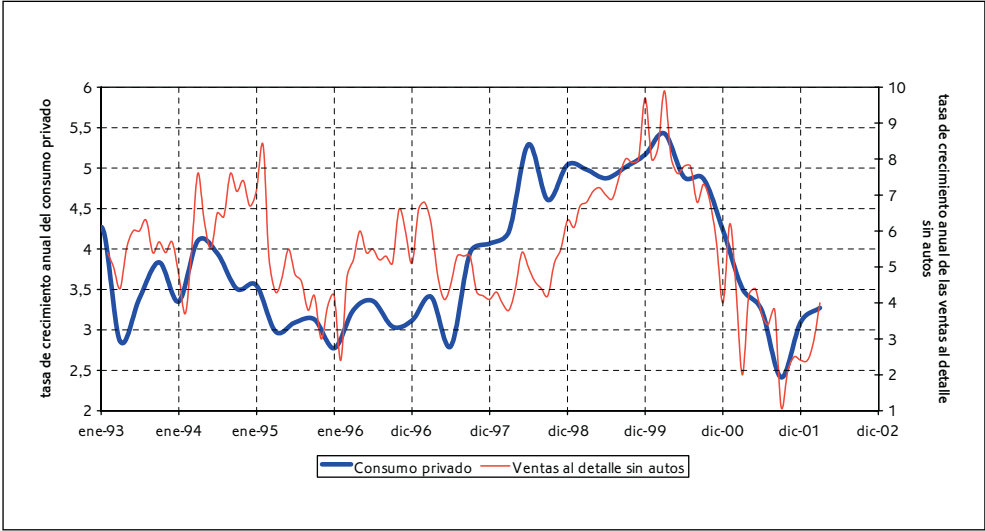


GRÁFICO 2. Evolución del consumo privado y de las ventas al detalle, sin autos, de EEUU desde 1993.

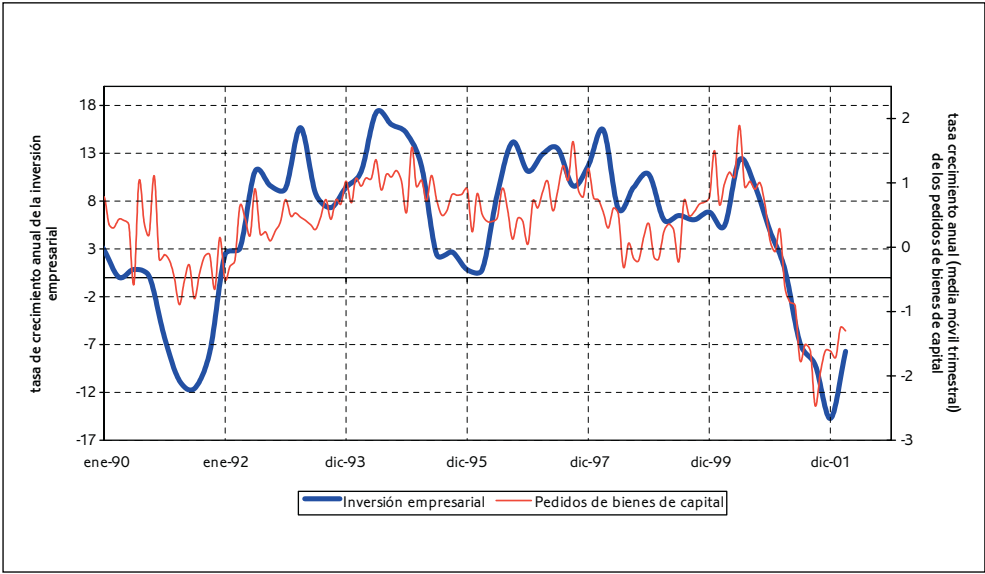


GRÁFICO 3. Evolución de la inversión empresarial y de los pedidos de bienes de capital de EEUU desde 1990.

2. Análisis de los indicadores económicos

En este apartado vamos a comentar varios aspectos que hay que tener en cuenta a la hora de examinar un indicador económico.

En el análisis de un indicador económico resulta muy importante:

- interpretar correctamente la información que nos proporciona;
- intuir en qué medida su comportamiento puede influir en la evolución de los mercados financieros.

A continuación, vamos a estudiar diferentes elementos relacionados con estos dos puntos.

2.1. Indicadores de crecimiento económico y de precios

En primer lugar, hay que distinguir si se trata de un *indicador de crecimiento económico* o un *indicador de precios*.

Esta distinción, aunque trivial, es importante porque hay momentos en los que el mercado se muestra más sensible a los datos de crecimiento económico y otros momentos en los que los datos de inflación son seguidos con mayor atención.

Seguidamente, pasamos a describir dos situaciones hipotéticas para ilustrar lo comentado en las líneas previas.

- Situación 1: Una economía se encuentra en su fase inicial de recuperación.

En esta primera situación, el mercado seguirá muy de cerca los indicadores de actividad, porque son los que nos van a indicar si se consolida o no la incipiente recuperación económica.

- Situación 2: Una economía está creciendo de forma importante y hay peligro de recalentamiento, es decir, de que los precios repunten de manera significativa.

En esta segunda situación, el mercado prestará especial atención a los datos de inflación para confirmar si ésta acaba situándose en niveles preocupantes o no.

Indicadores de crecimiento económico	Indicadores de precios
PIB Producción industrial Horas trabajadas Etcétera	IPC Precios de producción Precios de importación Etcétera

CUADRO 2. Algunos ejemplos de indicadores de crecimiento económico y de precios.

2.2. Indicadores coincidentes e indicadores adelantados

En segundo lugar, hay que distinguir si se trata de un *indicador coincidente* o de un *indicador que se adelanta* al comportamiento de la actividad económica o de los precios.

En este apartado, vamos a centrarnos en los indicadores de crecimiento económico para explicar la diferencia entre un indicador coincidente y un indicador adelantado. Pero se puede hacer un análisis equivalente considerando los datos de precios.

Los *indicadores coincidentes de actividad* nos proporcionan información sobre la situación actual de la economía. Se trata de indicadores que se mueven al mismo tiempo que el ciclo económico, esto es, que el PIB.

En el gráfico 4, se observa como la producción industrial de la eurozona es un indicador coincidente del PIB. La serie de producción industrial no sólo se mueve en la misma dirección que el PIB, sino que también se mueve al mismo tiempo.

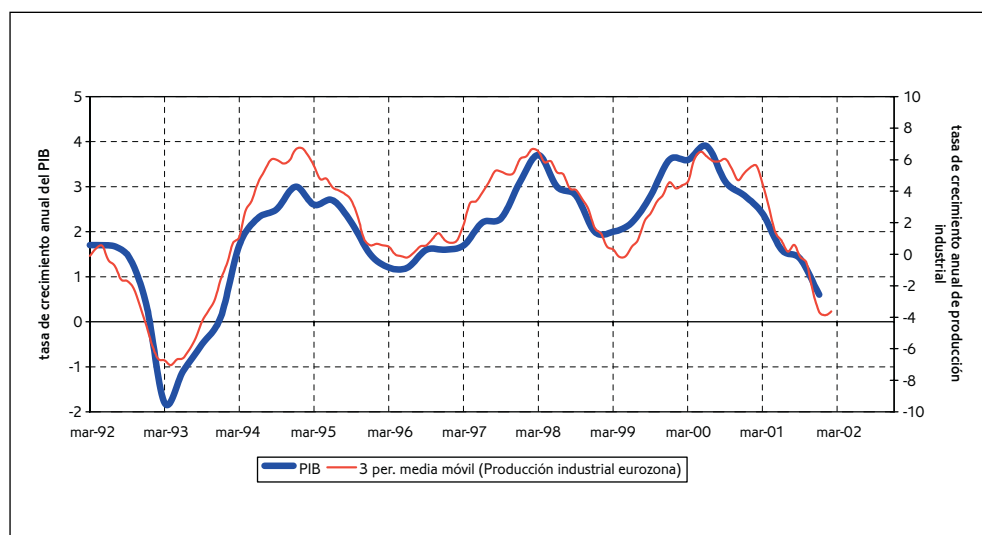


GRÁFICO 4. Evolución del PIB y de la producción industrial de la eurozona.

Los *indicadores adelantados de actividad* nos proporcionan información sobre cómo puede comportarse la economía en los próximos meses. Se trata de indicadores que se anticipan al ciclo económico, esto es, al PIB.

En el gráfico 5, se aprecia cómo el índice de indicadores adelantados publicado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) para la eurozona es un indicador adelantado del PIB. La serie de este indicador de la OCDE nos anticipa el comportamiento del PIB en el futuro.

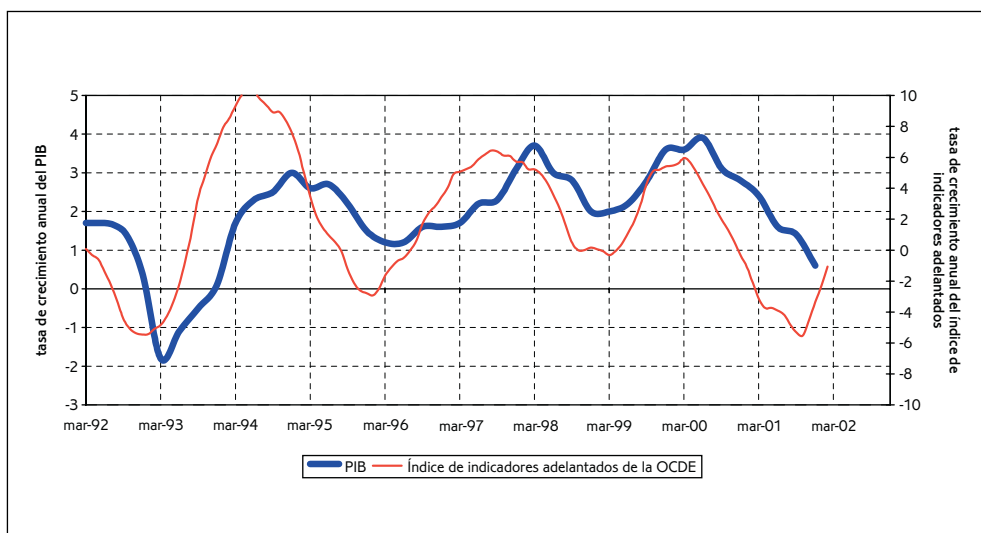


GRÁFICO 5. Evolución del PIB y del índice de indicadores adelantados elaborado por la OCDE para la eurozona.

2.3. Factores que distorsionan un indicador económico

Existen factores que pueden distorsionar el comportamiento de un indicador económico y esto puede llevarnos a extraer conclusiones precipitadas y erróneas sobre la situación en la que realmente se encuentra una determinada economía.

Estos factores los podemos clasificar en tres categorías: 1) factores estacionales —aquéllos que se repiten de forma regular en el tiempo—, 2) factores excepcionales —aquéllos que tienen lugar de forma puntual en el tiempo— y 3) factores volátiles —aquéllos que ocasionan importantes oscilaciones en la serie de un indicador económico.

A continuación, vamos a ilustrar con un ejemplo cada uno de estos aspectos.

2.3.1. Factores estacionales

Evolución de la tasa de paro en España.

En el gráfico 6, se observa que la tasa de paro en España ha mantenido una tendencia decreciente en los últimos años. Pero en este apartado, no estamos interesados en el comportamiento de la tendencia. El interés hay que centrarlo en el hecho de que, año tras año, se repite el mismo patrón de comportamiento:

- La tasa de paro siempre retrocede en el mes de agosto (flechas del gráfico).
- La tasa de paro siempre retrocede en el mes de diciembre.

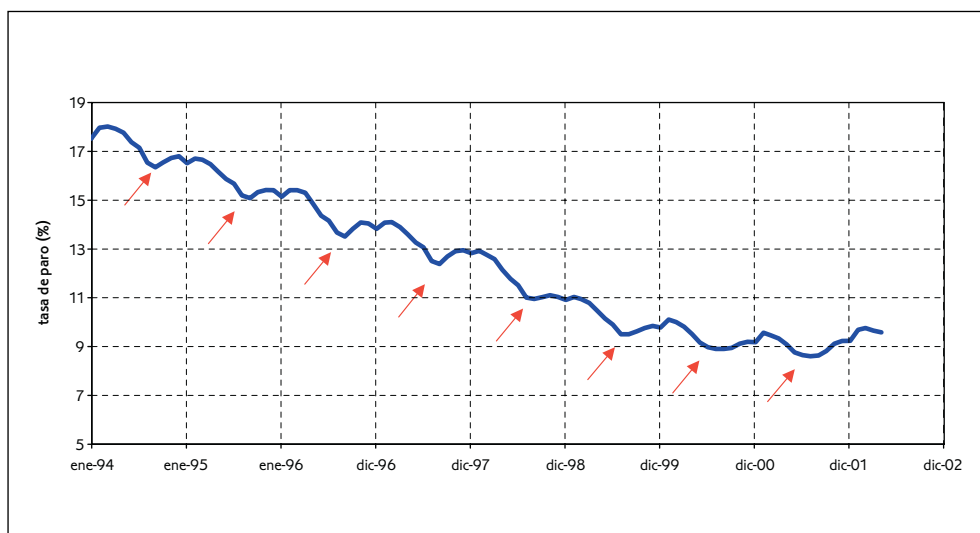


GRÁFICO 6. Evolución de la tasa de paro de España.

Este hecho, sin embargo, no tiene nada que ver con si el mercado laboral español está mostrando un buen o un mal comportamiento. Simplemente:

- La caída de la tasa de paro en agosto se explica por el «efecto vendedor de helados».
- La caída de la tasa de paro en diciembre se explica por el «efecto Papá Noel».

«Efecto vendedor de helados»: En agosto, España recibe muchos turistas y para satisfacer adecuadamente las necesidades de los mismos, los hoteles, restaurantes, puestos de helados, etc. contratan a más personal. Por lo tanto, agosto suele ser un mes en el que disminuye la tasa de paro en España.

«Efecto Papá Noel»: En diciembre llega la Navidad y es una época de regalos y de compras. En estas circunstancias, las tiendas contratan a más personal para hacer frente a esta mayor afluencia de gente a sus establecimientos. Por lo tanto, en diciembre suele disminuir la tasa de paro en España.

En conclusión, el hecho que la tasa de paro española retroceda en agosto o en diciembre, a priori, no nos proporciona mucha información sobre si la situación del mercado laboral español está mejorando o no. Esto es así porque son meses en los que, tradicionalmente, con independencia de la tendencia de fondo de la tasa de paro, hay menos desempleo que en el resto del año.

Por lo tanto, para saber lo que realmente está sucediendo en el mercado laboral español, deberíamos disponer de esta serie limpia del «efecto vendedor de helados» y del «efecto Papá Noel».

2.3.2. Factores excepcionales

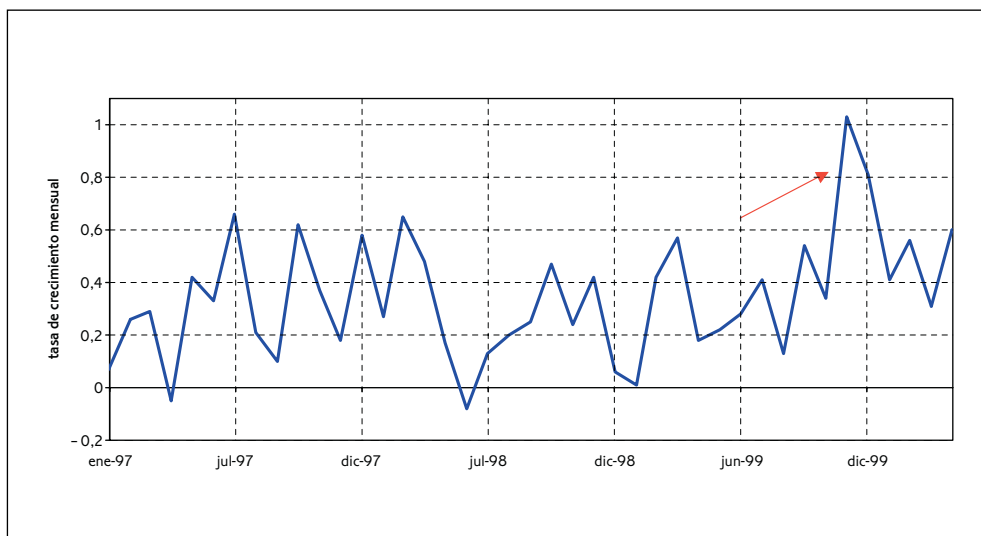


GRÁFICO 7. Evolución de los inventarios empresariales en EEUU.

En el gráfico 7, se observa cómo a finales de 1999 (flecha del gráfico) se produce un incremento significativo, en términos relativos, de los inventarios empresariales en EEUU. Sin información adicional, uno podría empezar a extraer conclusiones como las siguientes:

- Las empresas están acumulando inventarios debido a que las ventas están reduciéndose y los productos fabricados por las empresas se quedan en los almacenes.
- Las empresas están acumulando inventarios en respuesta a unas mayores expectativas de ventas futuras.
- Etcétera.

Pero en realidad, el repunte de los inventarios empresariales a finales de 1999 se explica por un factor puntual que nada tenía que ver con la situación económica del momento. Este factor no era otro que la incertidumbre existente ante la llegada del año 2000. En esta situación, las empresas, como medida de precaución respecto a lo que podía suceder con la llegada del nuevo milenio, decidieron acumular inventarios.

De no tener en cuenta este acontecimiento, uno podría haber extraído una conclusión equivocada sobre lo que estaba sucediendo en la economía.

Otros factores que, con carácter puntual, pueden influir en el comportamiento de un indicador económico son un terremoto, un tornado, una huelga general, etc.

Por lo tanto, para saber lo que realmente está sucediendo en la economía, deberíamos dis-

poner de una serie limpia de estos elementos, que de forma puntual, influyen en el comportamiento de un indicador económico.

2.3.3. Factores volátiles

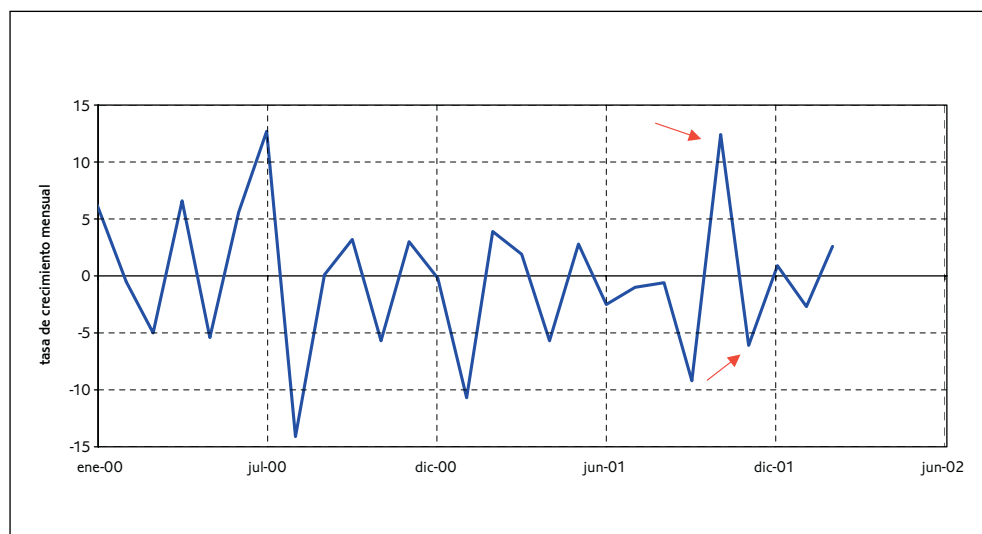


GRÁFICO 8. Evolución de los pedidos de bienes duraderos en EEUU.

En el gráfico 8, se observa cómo la serie de los pedidos de bienes duraderos en EEUU es muy volátil:

- Hay meses en los que los pedidos de bienes duraderos repuntan de forma significativa respecto al mes anterior (primera flecha del gráfico: un crecimiento superior al 10 %).
- Hay meses en los que los pedidos de bienes duraderos retroceden de forma significativa respecto al mes anterior (segunda flecha del gráfico: un retroceso superior al 5 %).

En este contexto, uno puede extraer pocas conclusiones sobre lo que realmente está sucediendo en la economía estadounidense a partir de dicho dato.

Lo primero que hay que hacer es entender el motivo de la volatilidad. En el ejemplo, la serie de pedidos de bienes duraderos es volátil porque dentro del índice se encuentra la partida de pedidos de aviones. El mes en que se produce un pedido de aviones el dato repunta de forma importante y si al mes siguiente no hay pedido de aviones el dato retrocede significativamente.

Por lo tanto, para saber lo que realmente está sucediendo en la economía, deberíamos disponer de una serie limpia del efecto provocado por los pedidos de aviones.

Otro ejemplo relacionado con la volatilidad, lo encontramos en las series de precios. En mu-

chas ocasiones, en la prensa económica se lee: «El *índice general del IPC* ha repuntado un..., mientras que el *índice subyacente del IPC*...».

La diferencia entre un índice y el otro radica en que del índice subyacente se excluyen elementos que aportan volatilidad a la serie. En particular, en el índice subyacente se prescinde del precio de la energía y del de los alimentos no-elaborados.

— Los precios de la energía, y en particular los del petróleo, muestran una importante volatilidad debido a que su comportamiento se ve influido por aspectos como la política de los países productores de petróleo (OPEP) o las tensiones en Oriente Medio.

— Los precios de los alimentos no elaborados pueden presentar un comportamiento volátil debido a la gran dependencia del sector agrícola respecto a las condiciones climatológicas.

2.4. Aspectos relacionados con el factor tiempo

El factor tiempo es un aspecto destacado a la hora de tener en cuenta el impacto que un indicador económico puede tener en el mercado.

En este apartado hablaremos de tres cuestiones: 1) periodicidad; 2) momento de la publicación y 3) datos preliminares y datos finales.

2.4.1. Periodicidad

Los indicadores económicos se publican con distinta periodicidad. Hay datos económicos que se dan a conocer semanalmente, otros mensualmente y otros trimestralmente.

Los indicadores semanales acostumbran a tener un impacto limitado en los mercados financieros dado que suelen presentar bastante volatilidad.

El indicador trimestral por excelencia es el PIB, el indicador básico de la actividad económica de un país. El problema con este indicador es, precisamente, que se da a conocer cada tres meses. Como hemos visto anteriormente, existen otros indicadores, como la producción industrial, que de forma mensual nos informan sobre lo que está sucediendo en la economía, y esa información va quedando recogida en el precio de los distintos activos financieros. El mercado no espera a que se publique el dato del PIB para reaccionar. Esto significa que cuando se da a conocer este último, el impacto sobre el mercado es limitado.

2.4.2. Momento de la publicación

Otro elemento a tener en cuenta es el tiempo que transcurre entre cuando se publica un indicador económico y el momento del tiempo al que se refiere ese indicador económico.

Ejemplo: Estamos en el mes de mayo y se da a conocer el dato de precios de importación de Alemania del mes de febrero. En este caso, han transcurrido tres meses entre el momento de la publicación y el mes al que se refiere ese indicador.

El mercado prestará poca atención a aquellos indicadores económicos que proporcionen información muy desfasada en el tiempo. Seguramente, existirán otros indicadores similares que nos aporten información más reciente sobre la realidad económica y será en ellos en los que se fije el mercado.

2.4.3. Datos preliminares y datos finales

En ocasiones, se lee en la prensa económica «El *dato preliminar* del PIB de EEUU del primer trimestre ha mostrado un crecimiento del...» y al cabo de unos días se puede leer «El *dato final* del PIB de EEUU del primer trimestre ha crecido...».

En algunos casos, se publica primero el dato preliminar de un indicador económico y al cabo de un tiempo se da a conocer el dato final. Mientras el dato preliminar se elabora considerando solamente una parte de la muestra, en el dato final se tiene en cuenta toda la muestra. Por lo tanto, pueden existir diferencias entre uno y otro.

El interés del dato preliminar radica en que nos proporciona información muy reciente sobre el comportamiento de la economía, con escaso tiempo de diferencia entre cuando se publica el indicador y el momento del tiempo al que se refiere ese indicador.

Por lo tanto, la publicación del dato final de un indicador económico acostumbra a tener un impacto limitado en los mercados financieros, dado que éstos ya han reaccionado al conocerse el dato preliminar.

2.5. Indicadores en niveles y en tasas de crecimiento

Otro aspecto que se debe considerar, a la hora de analizar un indicador económico, es la forma en que se nos presenta la información sobre el mismo. En este sentido, podemos distinguir entre indicadores en niveles e indicadores en tasas de crecimiento.

Indicadores en niveles: Los índices que reflejan la confianza de los empresarios (IFO alemán, ISM estadounidense, Tankan japonés...) y la confianza de los consumidores son el tipo de indicadores que suelen presentarse en niveles.

— En algunas ocasiones, el nivel, en sí mismo, no nos proporciona ningún tipo de información. En estos casos hay que compararlo con el nivel de los meses previos y analizar la historia de la serie para saber en qué medida el dato conocido ha sido positivo o no.

— En otras ocasiones, sin embargo, el valor del indicador puede proporcionarnos, en sí mismo, información sobre qué está pasando en la economía. En este sentido, en EEUU existe un

indicador de confianza empresarial denominado ISM (anteriormente llamado NAPM) que se caracteriza porque un nivel superior a 50 es indicativo de expansión económica y un nivel inferior a 50 es indicativo de una situación contractiva.

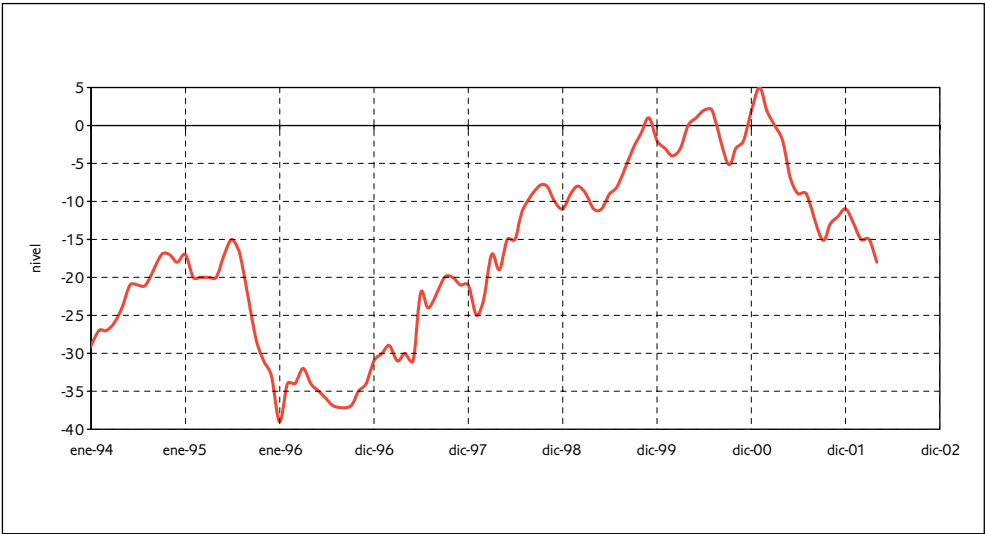


GRÁFICO 9. Evolución de la confianza del consumidor en Francia.

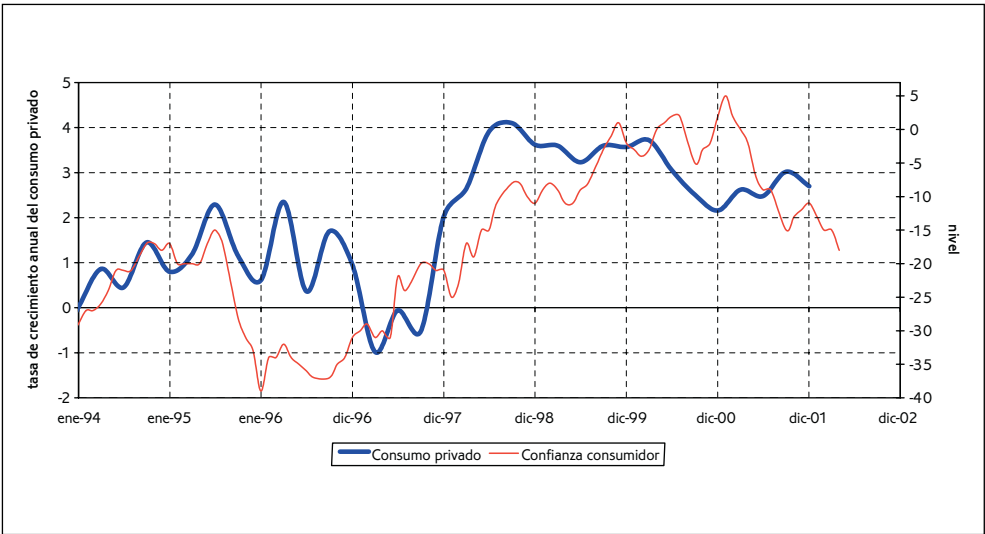


GRÁFICO 10. Evolución de la confianza del consumidor y el consumo privado en Francia.

Indicadores en tasas de crecimiento: Otros indicadores, como la producción industrial o el IPC, se nos presentan en tasas de crecimiento.

A continuación, se especifican los diferentes tipos de tasas de crecimiento en función de la periodicidad con la que se da a conocer un indicador económico.

a) En datos que se publican trimestralmente:

Tasa de crecimiento trimestral: compara el dato de un trimestre con el del trimestre anterior.

Tasa de crecimiento anual: compara el dato de un trimestre con el del mismo trimestre del año anterior.

b) En datos que se publican mensualmente:

Tasa de crecimiento mensual: compara el dato de un mes con el del mes anterior.

Tasa de crecimiento anual: compara el dato de un mes con el del mismo mes del año anterior.

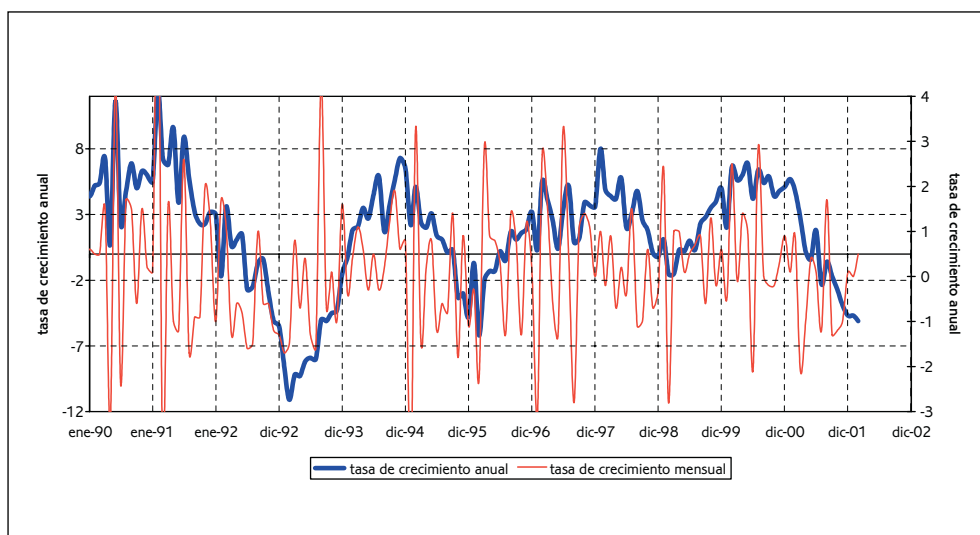


GRÁFICO 11. Evolución de la producción industrial en Alemania en tasas de crecimiento mensuales y anuales.

En el gráfico 11, se observa la evolución de la producción industrial de Alemania, un indicador que se publica con periodicidad mensual. Del gráfico, se pueden extraer, básicamente, dos conclusiones:

— Para observar el comportamiento tendencial de una serie debemos fijarnos en la tasa de crecimiento anual.

— La serie en tasa de crecimiento mensual es más volátil. Al comparar un mes con el anterior, elementos como el número de días laborables, diferentes épocas del año, etc. pueden provocar cambios importantes de un mes a otro.

2.6. Previsiones del mercado

El último aspecto a comentar en este apartado tiene que ver con las previsiones del mercado sobre los indicadores económicos que se publican.

Los agentes económicos conocen con precisión la fecha y, en la mayoría de casos, la hora a la que se darán a conocer los distintos indicadores económicos en las distintas áreas geográficas. Es una información que se suele hacer pública con suficiente antelación.

Antes de darse a conocer un dato económico, las distintas casas de análisis y *brokers* hacen previsiones sobre el comportamiento que esperan muestre el mismo. A partir de ahí, se obtiene un valor medio que representa un valor de consenso.

Una vez se publica el dato económico, el mercado reacciona y esta reacción será más importante cuanto mayor sea la diferencia entre lo esperado por el mercado y lo que acaba sucediendo.

En el gráfico 12, se aprecia la evolución del tipo de interés de la deuda pública a diez años en EEUU durante una semana de febrero de 2001. Cada línea vertical gruesa separa un día de

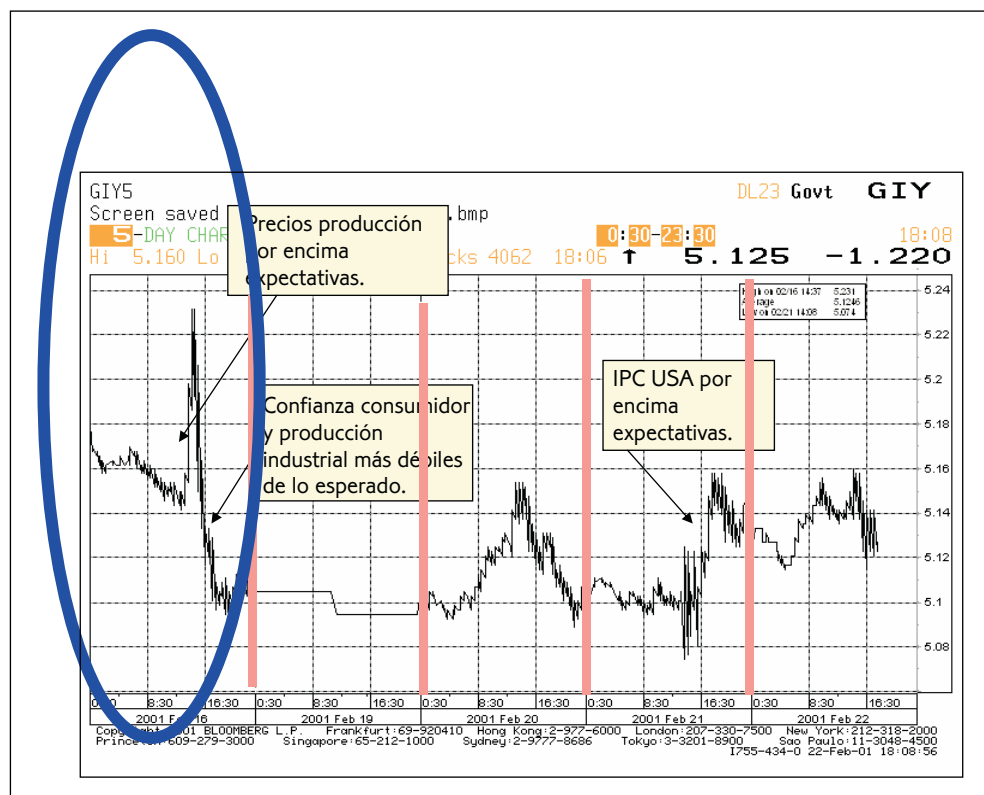


GRÁFICO 12. Evolución del tipo de interés de la deuda pública a diez años en EEUU.

cotización del siguiente. Vamos a centrar la atención solamente en el primero de los días. No vamos a tratar de entender por qué el tipo de interés sube o baja a lo largo de la sesión, simplemente, nos vamos a fijar en si se producen movimientos o no en el tipo de interés y a raíz de qué.

Al principio de la sesión, el tipo de interés experimenta pocos cambios. Sin embargo, a las 14.30 horas se mueve de forma importante hacia arriba coincidiendo con la publicación del dato de precios de producción por encima de lo esperado. A las 16.00 horas, se vuelve a producir un movimiento importante en sentido contrario que coincide, en este caso, con la publicación del índice de confianza del consumidor y de la producción industrial por debajo de las expectativas.

En conclusión, a partir de este ejemplo, se observa como el mercado reacciona cuando se conocen indicadores económicos y esta reacción es más importante si los datos sorprenden al mercado.

2.7. Principales conclusiones de este segundo apartado

— Una lectura rápida de un indicador económico puede llevarnos a extraer conclusiones equivocadas sobre el verdadero comportamiento de una economía.

— Distintos indicadores económicos tienen distinto impacto en el mercado. Por ejemplo, un indicador volátil que se refiera a un período muy alejado en el tiempo no ocasionará cambios importantes en los mercados financieros.

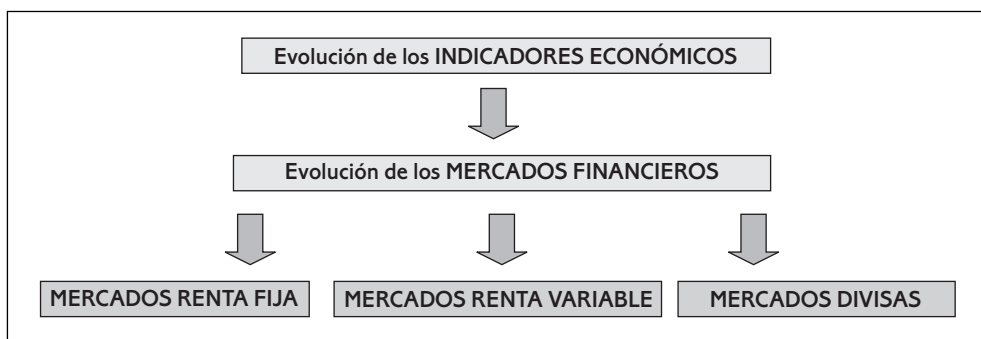
3. Indicadores económicos y mercados financieros

En este tercer apartado, vamos a analizar de qué manera el comportamiento de los indicadores económicos determina la evolución de los mercados financieros.

En particular, vamos a estudiar la influencia de los indicadores económicos en los tipos de interés, en el precio de las acciones y en la cotización de las divisas.

Por lo tanto, vamos a centrar la atención en los siguientes tres mercados:

- 1) Mercados de renta fija.
- 2) Mercados de renta variable.
- 3) Mercados de divisas.



CUADRO 3. La evolución de los indicadores económicos influye en la evolución de los mercados financieros.

3.1. Mercados de renta fija

Cuando se va al banco a pedir un préstamo para la compra de un coche, una casa, etc. resulta de especial importancia conocer cuáles son los tipos de interés en ese momento y tener una idea de cómo pueden comportarse en el futuro, para decidir si nos conviene o no realizar la operación.⁹

Cuando se va al banco a depositar los ahorros en cuentas corrientes o de ahorro o en fondos de inversión, interesa conocer, de igual modo, cuáles son los tipos de interés en ese momento y cómo pueden comportarse en el futuro, para decidir acertadamente cuál es el mejor destino para ese dinero ahorrado.¹⁰

En este apartado, vamos a analizar cuáles son los principales determinantes de los tipos de interés. En particular vamos a centrar la atención en:

- Los tipos de interés fijados por el banco central.
- Los tipos de interés de los títulos de renta fija a corto plazo.
- Los tipos de interés de los títulos de renta fija a largo plazo.

3.1.1. Los tipos de interés fijados por el banco central

Cuando alguien se pone enfermo, suele acudir al médico para que le recete algún medicamento que le permita mejorar su estado de salud. En el caso de una economía, sucede algo si-

9. Los individuos que necesitan o quieren realizar un gasto y no cuentan con ahorros suficientes para hacer frente al mismo, suelen pedir un préstamo al banco. A cambio, tienen que ir devolviendo lo recibido más unos intereses por el dinero que se ha pedido prestado.

10. Los individuos mantienen parte de sus ahorros en cuentas corrientes o de ahorro en los bancos. A cambio, el banco remunera este dinero que recibe prestado con intereses.

milar. Existen dos entes, el gobierno y el banco central, que pueden influir en el rumbo de una economía cuando ésta no evoluciona de una forma deseable.

El gobierno puede influir en el comportamiento de una economía mediante la política fiscal, esto es, alterando los impuestos, el gasto público o las transferencias a las familias y empresas.

— Si el gobierno reduce los impuestos, la gente dispondrá de una mayor renta disponible para gastar o ahorrar. Esto suele traducirse en un incremento del consumo privado de la economía y, por lo tanto, del crecimiento de la misma.

— Si el gobierno es más generoso en el subsidio a los desempleados o en las pensiones a los jubilados, aumentará la renta de estos grupos de población. Esto suele traducirse también en un incremento del consumo privado de la economía.

El banco central puede influir en la economía mediante la política monetaria, esto es, alterando los tipos de interés.

Un banco central puede implementar su política monetaria de diferentes maneras:

— Modificando el tipo de interés al que presta dinero a los bancos nacionales.

— Determinando el tipo de interés al que desea que los distintos bancos nacionales se presten el dinero entre sí.

— Etcétera.

Cuando la máxima autoridad monetaria modifica estos tipos de interés, que podemos denominar oficiales o de referencia, acaba influyendo en los tipos de interés que los bancos nacionales deciden ofrecer o exigir a los clientes en función de si éstos realizan un depósito o piden la concesión de un préstamo.

A continuación, se analiza el impacto que tiene un cambio en los tipos de interés por parte del banco central en el crecimiento económico y en la inflación.

Situación 1: El banco central aumenta el tipo de interés de referencia.

Cuando un banco central aumenta el tipo de interés, se encarece la financiación, al exigirse una mayor remuneración por el dinero prestado.

1) Impacto en el crecimiento económico de un aumento del tipo de interés:

— Las familias van a comprar menos coches y casas.¹¹ Por lo tanto, se desincentiva el consumo privado.

— Las empresas van a comprar menos equipo y estructura (edificios, máquinas...) para utilizarlos en la producción futura. Por lo tanto, se desincentiva la inversión empresarial.¹²

11. Se trata de bienes cuya compra suele financiarse mediante la concesión de un préstamo por parte del banco.

12. Normalmente, las empresas piden préstamos para comprar bienes de inversión (edificios, máquinas...). Una forma alternativa de financiar una inversión es mediante la captación de capital a partir de la emisión de acciones en bolsa. En este caso, un aumento del tipo de interés también encarece la financiación, debido a que los activos en bolsa pierden atractivo respecto a unos activos de renta fija que ahora ofrecen una mayor rentabilidad. La consecuente menor demanda de acciones reduce su precio y la empresa obtiene menos capital del previsto para la financiación de sus proyectos de inversión.

Conclusión: *Una subida del tipo de interés tiene un impacto negativo en el crecimiento económico.*

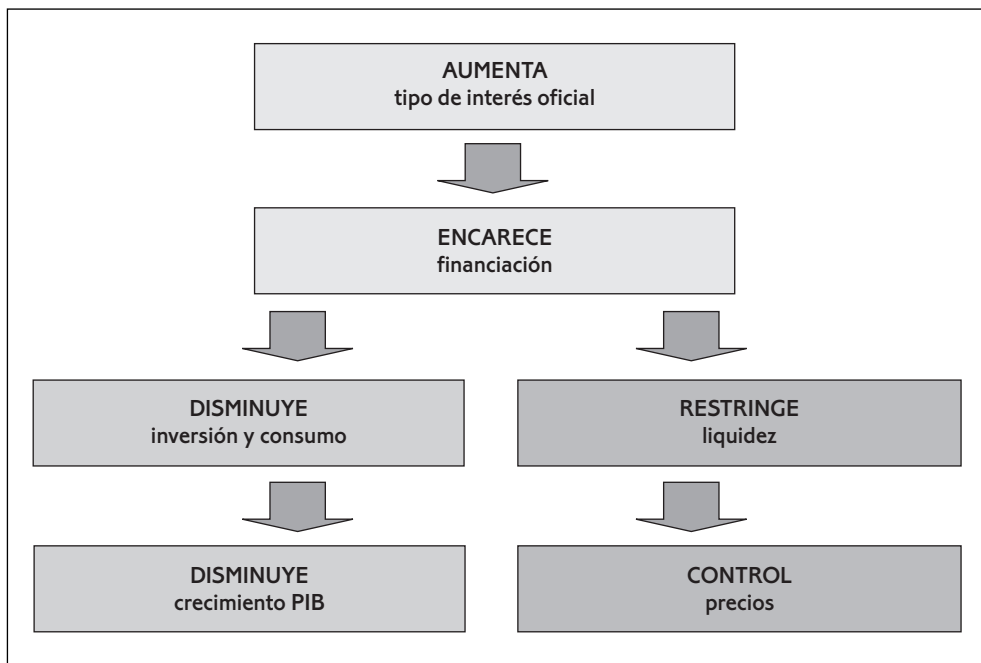
2) Impacto en la inflación de un aumento del tipo de interés:

— Si aumenta el tipo de interés, disminuye el volumen de préstamos concedidos. En este contexto, el sistema bancario reduce su capacidad para crear dinero.

Ejemplo: Alguien solicita a un banco un préstamo de 20.000 euros para la compra de un coche. El vendedor del coche recibirá estos 20.000 euros y, probablemente, los depositará en otro banco. Este otro banco utilizará este dinero para prestarlo¹³ y así sucesivamente. De esta forma, el sistema bancario habrá conseguido expandir los 20.000 euros iniciales en depósitos adicionales, en dinero adicional. Por lo tanto, si se reduce el volumen de préstamos concedidos, disminuye la capacidad del sistema bancario para crear dinero.

— Si el dinero en manos de los individuos no crece mucho más rápido de lo que lo hace la producción de bienes destinados a la venta, los precios se mantendrán bajo control.

Idea intuitiva: Si en una economía la producción crece a un ritmo del 1 % anual y la cantidad de dinero disponible para comprar esta producción no aumenta, sino que se mantiene constante, uno no debería esperar un incremento de los precios, más bien todo lo contrario.



CUADRO 4. Impacto de un aumento del tipo de interés oficial en el crecimiento económico y la inflación.

13. En realidad, el banco no podrá prestar la totalidad de los 20.000 euros depositados por el vendedor de coches, un porcentaje se tiene que reservar para hacer frente a posibles retiradas de depósitos por parte de los clientes.

Cada vez hay más cosas por comprar con una misma cantidad de dinero, por lo que esto debería conducir a una caída de los precios.

Conclusión: *Una subida del tipo de interés contribuye a que los precios se mantengan bajo control.*

Situación 2: El banco central reduce el tipo de interés de referencia.

Cuando un banco central reduce el tipo de interés, se abarata la financiación, al exigirse una menor remuneración por el dinero prestado.

1) Impacto en el crecimiento económico de una reducción del tipo de interés:

El impacto es el opuesto al comentado en el caso de un aumento del tipo de interés.

Conclusión: *Una reducción del tipo de interés tiene un impacto positivo en el crecimiento económico.*

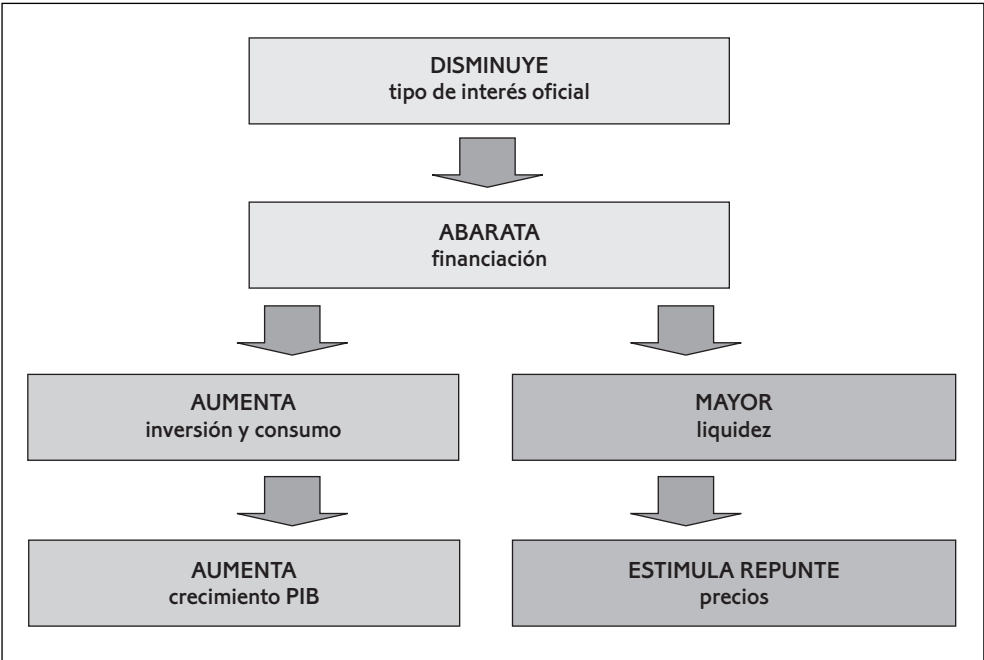
2) Impacto en la inflación de una reducción del tipo de interés:

El impacto es el contrario al comentado en el caso de un aumento del tipo de interés.

Conclusión: *Una reducción del tipo de interés estimula el repunte de los precios.*

Por lo tanto, un banco central puede alterar su política monetaria en dos direcciones opuestas:

— El banco central puede subir los tipos de interés de referencia. En este caso, se dice que la máxima autoridad monetaria restringe su política monetaria. Con esta política: a) se influye negativamente en el crecimiento económico y b) se contribuye a la estabilidad de los precios.



CUADRO 5. Impacto de una reducción del tipo de interés oficial en el crecimiento económico y la inflación.

— El banco central puede reducir los tipos de interés de referencia. En este caso, se dice que la máxima autoridad monetaria relaja su política monetaria. Con esta política: a) se estimula el crecimiento económico y b) se favorece el repunte de los precios.

Una vez sabemos cómo puede influir un banco central en el comportamiento de una economía mediante el uso de la política monetaria, hay que preguntarse por los objetivos que persigue un banco central. Esto es necesario para ser capaces de prever qué tipo de política monetaria se va a llevar a cabo bajo los diferentes escenarios económicos.

En realidad, los objetivos difieren de un banco central a otro:

— La Reserva Federal (Fed) de los EEUU pretende garantizar un crecimiento económico sostenido, un reducido nivel de desempleo y unos precios estables.

— El Banco Central Europeo (BCE) se marca objetivos explícitos de inflación y le asigna un papel más secundario al comportamiento de la actividad económica.

De todas las maneras, en líneas generales, los bancos centrales pretenden:

— Controlar la inflación.¹⁴

— Garantizar un crecimiento sostenido de la economía.

Por lo tanto, el banco central, para decidir qué hacer con su política monetaria, se fijará detenidamente en la evolución de los indicadores de crecimiento económico y de precios. También tendrá en cuenta otros factores, como por ejemplo, la evolución de las cuentas públicas.

A continuación, se plantean dos situaciones ficticias y se analiza cómo actuaría la máxima autoridad monetaria en cada una de ellas teniendo en cuenta:

— El impacto que una u otra política monetaria puede tener sobre el crecimiento económico y la inflación.

— Los objetivos que pretende alcanzar como banco central.

Situación 1: Fuerte crecimiento económico con peligro de recalentamiento, esto es, de que los precios repunten de forma importante.

En esta situación, la máxima autoridad monetaria elevaría el tipo de interés de referencia para intentar contener las presiones inflacionistas. El efecto negativo que dicha decisión tendría sobre el dinamismo de la actividad económica no sería demasiado preocupante ya que se parte de una situación inicial de fuerte crecimiento económico.

14. La inflación no es deseable por varios motivos. Entre los mismos, podemos destacar los siguientes:

— Si los ingresos de los individuos no crecen tan rápido como los precios, se reducirá el poder adquisitivo de estos individuos y ello desincentivará el consumo privado.

— Si los precios en un país aumentan más rápido que en aquellos países con los que se compite internacionalmente, las empresas de ese país perderán competitividad.

— La inflación genera incerteza y ello puede desincentivar la inversión de las empresas, lastimando así la capacidad productiva de una economía.

— Se distorsiona la relación entre prestamistas y prestatarios. Una situación inflacionista beneficia a los prestatarios, es decir, a los que han pedido prestado dinero, porque en términos reales tienen que devolver una cantidad inferior a la inicial. Los prestamistas o ahorristas, por el contrario, salen perjudicados.

Situación 2: Desaceleración económica y ausencia de presiones inflacionistas.

En esta situación, la máxima autoridad monetaria reduciría el tipo de interés de referencia con la intención de estimular el crecimiento económico. El impacto negativo que dicha decisión tendría sobre la inflación no sería demasiado preocupante ya que se parte de una situación inicial en que los precios están controlados.

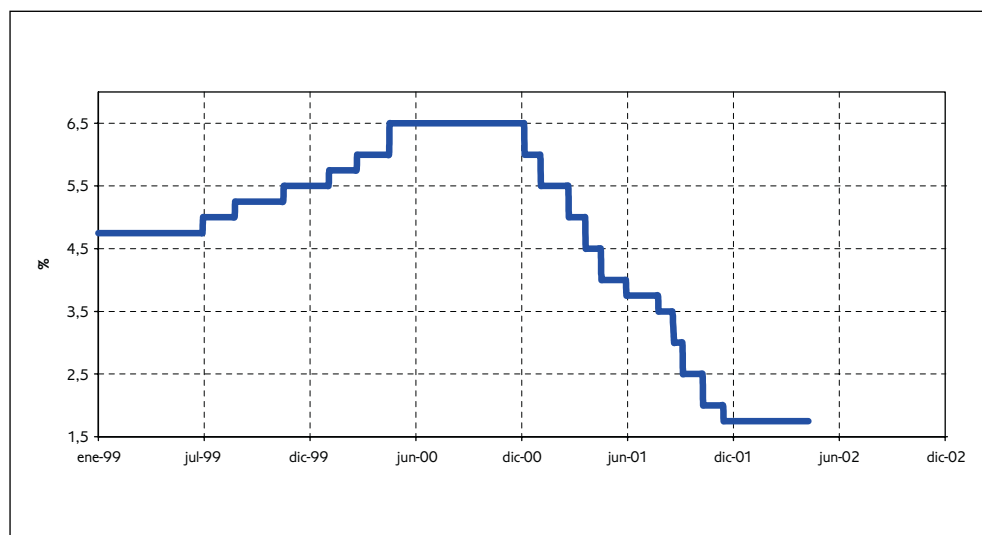


GRÁFICO 13. Evolución del tipo de interés oficial de la Reserva Federal (Fed) de los EE.UU.

En el gráfico 13, se observa la evolución del tipo de interés oficial de la Fed desde 1999. En 1999 y en la primera mitad de 2000, aumentó el tipo de interés en un contexto de fuerte crecimiento económico y crecientes presiones inflacionistas. A lo largo de 2001, sin embargo, la Fed redujo el tipo de interés oficial en una situación en que la economía estaba perdiendo dinamismo y la inflación remitía. Las bajadas de tipos de interés se acentuaron tras los ataques terroristas del 11 de septiembre de 2001.

3.1.2. Los tipos de interés de los títulos de renta fija a corto plazo

La evolución del tipo de interés de los títulos de renta fija a corto plazo (por ejemplo bono a dos años) se encuentra muy ligada a la evolución del tipo de interés fijado por la máxima autoridad monetaria.

Esto significa que la tasa de interés asociada a este tipo de títulos repuntará o retrocederá en función de si aumentan o se reducen las expectativas del mercado respecto a posibles subidas o bajadas del tipo de interés oficial por parte del banco central.

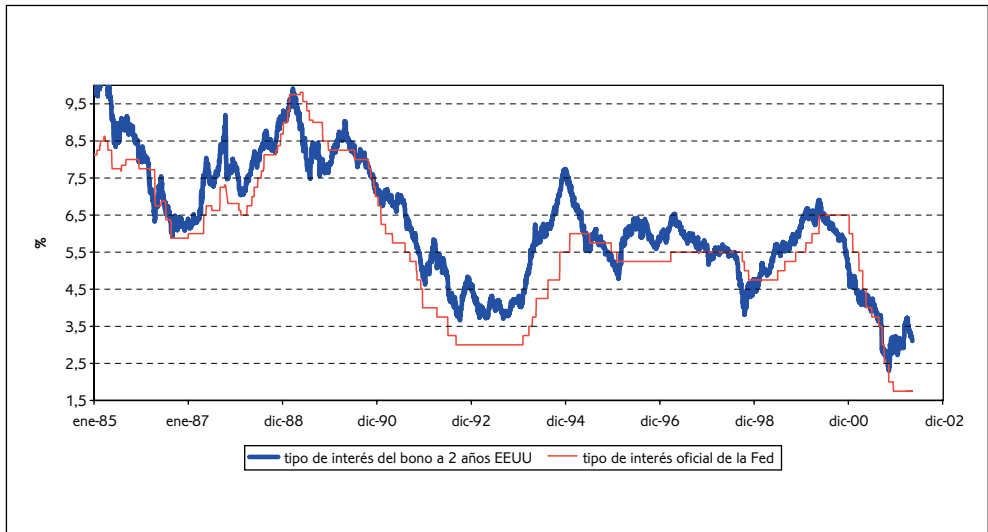


GRÁFICO 14. Evolución del tipo de interés oficial de la Fed y del tipo de interés del bono a dos años en EEUU.

En este sentido:

1) En un *ciclo alcista de los tipos*, esto es, en un período en que el banco central está endureciendo su política monetaria mediante la subida del tipo de interés de referencia:

— Cuando se dan a conocer datos de crecimiento económico que sorprenden por su fortaleza o datos de inflación repuntando más de lo esperado, el mercado aumenta sus expectativas sobre subidas adicionales del tipo de interés oficial. Por lo tanto, el tipo de interés de los títulos de renta fija a corto plazo repuntará.

— Cuando se dan a conocer datos de crecimiento económico que sorprenden por su debilidad o datos de inflación benignos, el mercado reduce sus expectativas sobre subidas adicionales del tipo de interés oficial. Por lo tanto, el tipo de interés de los títulos de renta fija a corto plazo retrocederá.

2) En un *ciclo bajista de los tipos*, esto es, en un período en que el banco central está relajando su política monetaria mediante la bajada del tipo de interés de referencia:

— Cuando se dan a conocer datos de crecimiento económico que sorprenden por su fortaleza o datos de inflación repuntando más de lo esperado, el mercado reduce sus expectativas sobre bajadas adicionales del tipo de interés oficial. Por lo tanto, el tipo de interés de los títulos de renta fija a corto plazo repuntará.

— Cuando se dan a conocer datos de crecimiento económico que sorprenden por su debilidad o datos de inflación benignos, el mercado aumenta sus expectativas sobre bajadas adicionales del tipo de interés oficial. Por lo tanto, el tipo de interés de los títulos de renta fija a corto plazo retrocederá.

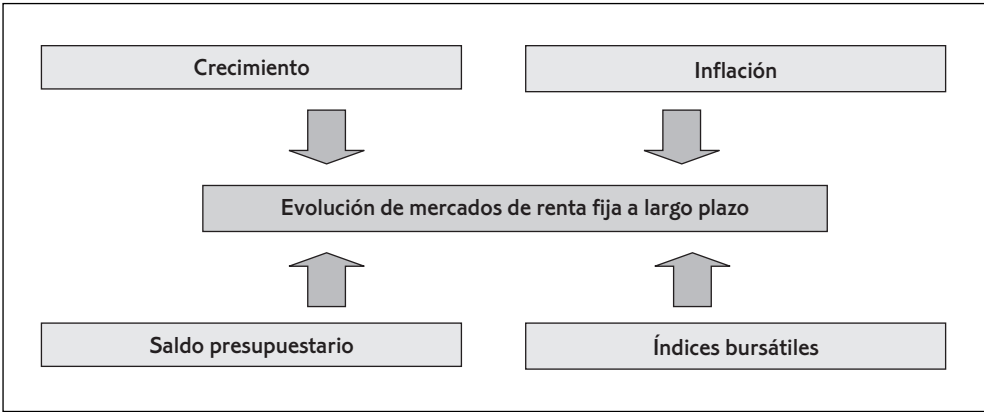
3.1.3. Los tipos de interés de los títulos de renta fija a largo plazo

El tipo de interés de los bonos a largo plazo (por ejemplo bono a diez años) lo podemos interpretar como una media geométrica del tipo de interés que se espera tengan los bonos a corto plazo durante toda la vida del bono a largo plazo.¹⁵

En este sentido, la evolución de los mercados de renta fija a largo plazo va a depender también del comportamiento mostrado por los datos de crecimiento económico e inflación.

Asimismo, existen otros factores que, igualmente, van a condicionar su evolución. Entre los mismos, podemos destacar los siguientes:

- Evolución del saldo presupuestario de un país.¹⁶
- Evolución de los índices bursátiles.



CUADRO 6. Factores que determinan la evolución del tipo de interés de los títulos de renta fija a largo plazo.

A continuación, vamos a intentar entender cómo influyen estos dos últimos factores en la evolución de los títulos de renta fija a largo plazo a partir de su influencia en la demanda y oferta de dichos títulos:

- Cuando aumenta la demanda de un título de renta fija, su precio tiende a aumentar (disminuye la tasa interna de rentabilidad o, simplificando, el tipo de interés).
- Cuando aumenta la oferta de un título de renta fija, su precio tiende a disminuir (aumenta la tasa interna de rentabilidad o, simplificando, el tipo de interés).

15. Esta interpretación responde a la Teoría de las Expectativas, una de las teorías explicativas de la curva de los tipos de interés.

16. El saldo presupuestario de un país viene dado por la diferencia entre los ingresos públicos (por ejemplo impuestos) y los gastos públicos (por ejemplo gastos en sanidad y defensa). Cuando los gastos superan a los ingresos, se habla de déficit presupuestario.

Esta relación entre la oferta y demanda de un título de renta fija y su precio se entiende de igual manera si consideramos el caso de un bien como las manzanas:

— Cuando la demanda de manzanas aumenta (un virus ha afectado a las peras, un bien sustitutivo de las manzanas, y buena parte de los consumidores de peras consumen ahora manzanas) el precio de las manzanas aumenta para equilibrar la relación entre la oferta y la demanda de manzanas. El precio aumenta de forma que haya menos personas dispuestas a demandar manzanas.

— Cuando la oferta de manzanas aumenta (las buenas condiciones climatológicas han permitido una muy buena cosecha) el precio de las manzanas disminuye para equilibrar la relación entre la oferta y la demanda de manzanas. El precio disminuye de forma que se puedan poner a la venta un mayor volumen de manzanas.

A continuación, vamos a explicar la relación inversa existente entre el precio de un título de renta fija y el tipo de interés. En muchas ocasiones, en los periódicos se lee «los bonos han mostrado una evolución favorable con importantes avances en los precios (o, equivalentemente, reducciones en el tipo de interés)».

Para entender esta relación vamos a utilizar dos ejemplos muy simples. En el ejemplo 1, vamos a aprender a trasladar flujos de dinero en el tiempo. En el ejemplo 2, vamos a calcular el precio actual de un bono teniendo en cuenta lo aprendido en el ejemplo 1. A partir de dicho cálculo, se observará esta relación inversa entre el precio y el tipo de interés.

Ejemplo 1:

$$\text{I) } t = 0 \quad \longrightarrow \quad t = 1$$

$$10 \quad \longrightarrow \quad 10 + 10 * i = 10 * (1 + i)$$

$$\text{II) } t = 1 \quad \longrightarrow \quad t = 0$$

$$10 * (1 + i) \quad \longrightarrow \quad 10 = \frac{10 * (1 + i)}{(1 + i)}$$

CUADRO 7. Traslado de flujos de dinero en el tiempo.

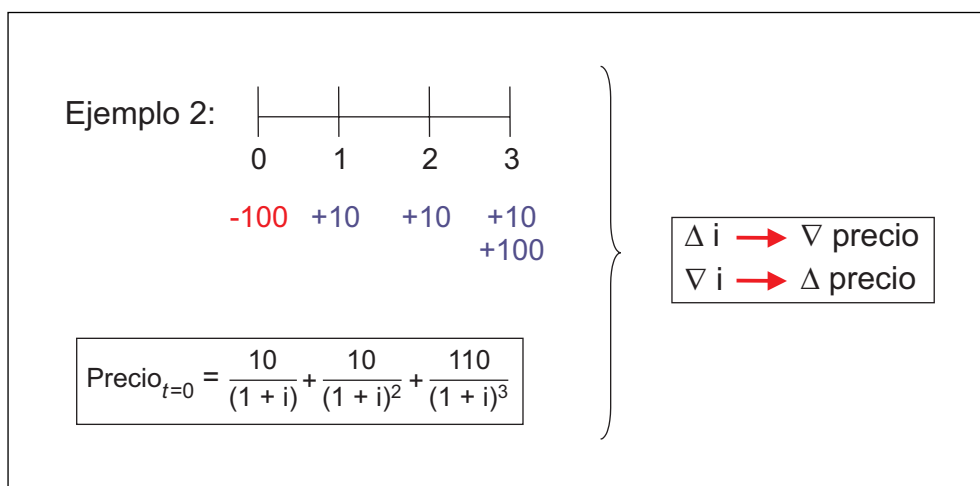
Ejemplo 1: Traslado de flujos de dinero en el tiempo.

En la parte superior del cuadro 7, se visualiza como podemos trasladar flujos del presente al futuro. Si en el período $t = 0$, colocamos 10 euros en el banco, en el período $t = 1$ tendremos los 10 euros más los intereses generados por estos 10 euros: $10*(1+i)$.

En la parte inferior del cuadro 7, lo único que se hace es invertir el orden del recuadro superior, de forma que se observa como trasladar flujos del período $t = 1$ al período $t = 0$. La forma de hacerlo es dividiendo entre el tipo de interés, en particular, entre $(1+i)$.

Ejemplo 2: Cálculo del precio actual de un bono.

En el cuadro 8, disponemos de un bono que tiene una vida de tres años. Inicialmente, para adquirir este bono hemos tenido que desembolsar 100 euros. A cambio, existe un compromiso a partir del cual recibiremos una remuneración de 10 euros en cada uno de los siguientes tres años y, en el tercer año, recuperaremos los 100 euros desembolsados al principio. A partir de esta información, se calcula el precio actual de este bono trasladando los flujos futuros al período inicial utilizando la técnica presentada en el ejemplo anterior. Este cálculo se desarrolla en el cuadro 8 y, a partir del mismo, se aprecia fácilmente la relación inversa existente entre el precio y el tipo de interés de un título de renta fija.



CUADRO 8. Cálculo del precio actual de un bono.

Llegados a este punto, pasemos a entender de qué forma el comportamiento de los índices bursátiles y el saldo presupuestario afectan al tipo de interés de los títulos de renta fija.

1) Índices bursátiles

En muchas ocasiones, en los periódicos se lee «el retroceso de los índices bursátiles ha apoyado a los títulos de renta fija». Esto quiere decir que la caída del precio de las acciones ha ayudado a explicar el repunte del precio de los bonos o, equivalentemente, la caída del tipo de interés de los mismos.

Efectivamente, cuando la *bolsa retrocede*, los agentes se vuelven más adversos al riesgo y se refugian en los títulos de renta fija. Esto se traduce en un incremento de la demanda de estos

títulos, lo que conduce a un aumento de su precio y a una *caída del tipo de interés* asociado a los mismos.

∇ BOLSA $\rightarrow$ inversiones refugian $\rightarrow \Delta$ demanda títulos $\rightarrow \Delta$ precio = ∇ tipo de interés
 renta fija renta fija

2) Saldo presupuestario

El saldo presupuestario, como ya se ha comentado anteriormente, viene dado por la diferencia entre los ingresos y los gastos públicos.

Si el gobierno gasta más dinero del que ingresa (déficit presupuestario), esta diferencia se tiene que financiar de alguna manera. Una posible forma de hacerlo es mediante la emisión de títulos de renta fija.

Por lo tanto, cuando se adoptan medidas que conducen a un *aumento del déficit presupuestario* (incremento del gasto en defensa, reducción del impuesto sobre la renta...), tiende a aumentar la oferta de títulos de renta fija. Esto se traduce en una caída de su precio y en un *incremento del tipo de interés* asociado a los mismos.

$$\Delta \text{ DÉFICIT PÚBLICO} \rightarrow \text{gobierno necesita financiación} \rightarrow \Delta \text{ oferta títulos renta fija} \rightarrow \nabla \text{ precio} = \Delta \text{ tipo de interés}$$

3.2. Mercados de renta variable

Cuando un inversor compra acciones de Telefónica o de Repsol suele hacerlo porque confía en que su precio muestre una evolución favorable. En este apartado, vamos a estudiar algunos de los elementos que influyen en la evolución del precio de las acciones.

Las expectativas sobre los beneficios empresariales van a ser, en última instancia, las que determinen que el precio de las acciones evolucione al alza o a la baja. Por lo tanto, hay que centrar la atención en los factores que influyen en estas expectativas.

En este sentido, podemos distinguir entre: 1) factores macroeconómicos —aquéllos que afectan a la economía en su conjunto y, en consecuencia, a las distintas empresas— y 2) factores microeconómicos —aquéllos que afectan a una empresa o grupos de empresas de un mismo sector.

1) Factores macroeconómicos

El crecimiento económico, los tipos de interés y la inflación van a influir en las expectativas generadas por el mercado sobre los beneficios empresariales.

—Crecimiento económico: Cuanto mejores sean las perspectivas de crecimiento económico

de un país, mayores serán las expectativas sobre las ventas futuras y sobre los beneficios empresariales.

— Tipos de interés: En un contexto de elevados tipos de interés, las empresas van a tener más problemas para financiar a un bajo coste sus proyectos de inversión. Este presumible aumento de los costes va a hacer que el mercado descuenta menores beneficios empresariales futuros.

— Inflación: Un deterioro de las expectativas de inflación va a conducir a: a) una reducción del valor real esperado del beneficio y de los dividendos, lo que suele tener un impacto negativo en el precio de las acciones; esto es así porque el inversor va a exigir una mayor rentabilidad que compense el aumento de los precios y b) posibles subidas de los tipos de interés para evitar el recalentamiento económico.

En conclusión, el escenario macroeconómico más benigno para un comportamiento favorable del precio de las acciones es aquél caracterizado por unas buenas perspectivas de crecimiento económico, una inflación controlada y unos reducidos tipos de interés.

Hay que matizar que existen otros factores macroeconómicos, como el comportamiento del mercado laboral, el déficit público o el tipo de cambio (en el caso de los inversores internacionales) que también afectan a los beneficios empresariales.

2) Factores microeconómicos

En el precio de las acciones de una compañía también influyen los factores intrínsecos a la propia empresa o al sector al que pertenece. Entre ellos podemos mencionar los siguientes:

— En el ámbito de la propia empresa: a) cambios en la gestión, b) cambios tecnológicos y c) cambios en el proceso de control de costes.

— En el ámbito del sector al que pertenece la empresa: a) cambios en la competencia y b) cambios legislativos.

En el gráfico 15, se observa la evolución del precio de la acción de Scottish Power, una compañía eléctrica. En los últimos meses de 2000 se produjo una caída acentuada del precio de la acción, no por cuestiones que afectan al conjunto de la economía (macroeconomía), sino por el anuncio del cierre temporal de una central eléctrica. Este suceso requería que la compra de electricidad fuera a un mayor coste, y ello se reflejó en una caída del precio de la acción debido al impacto negativo que este hecho tendría sobre el beneficio futuro de la compañía.

En el gráfico 16, se observa la evolución del Standard&Poor's 500, un índice bursátil estadounidense, durante la última década. Se aprecia una evolución muy favorable del índice hasta mediados de 2000, coincidiendo con una etapa de fuerte crecimiento económico, importantes ganancias de productividad y una inflación controlada. Sin embargo, a mitad de 2000, el índice empieza a retroceder en un contexto donde los agentes perciben que se había sido poco realista respecto a las expectativas generadas sobre los beneficios empresariales futuros. Todo ello en un contexto donde la inflación estaba repuntando, los tipos de interés aumentando y los indicadores adelantados de actividad señalando hacia una pérdida de dinamismo de la economía estadounidense.

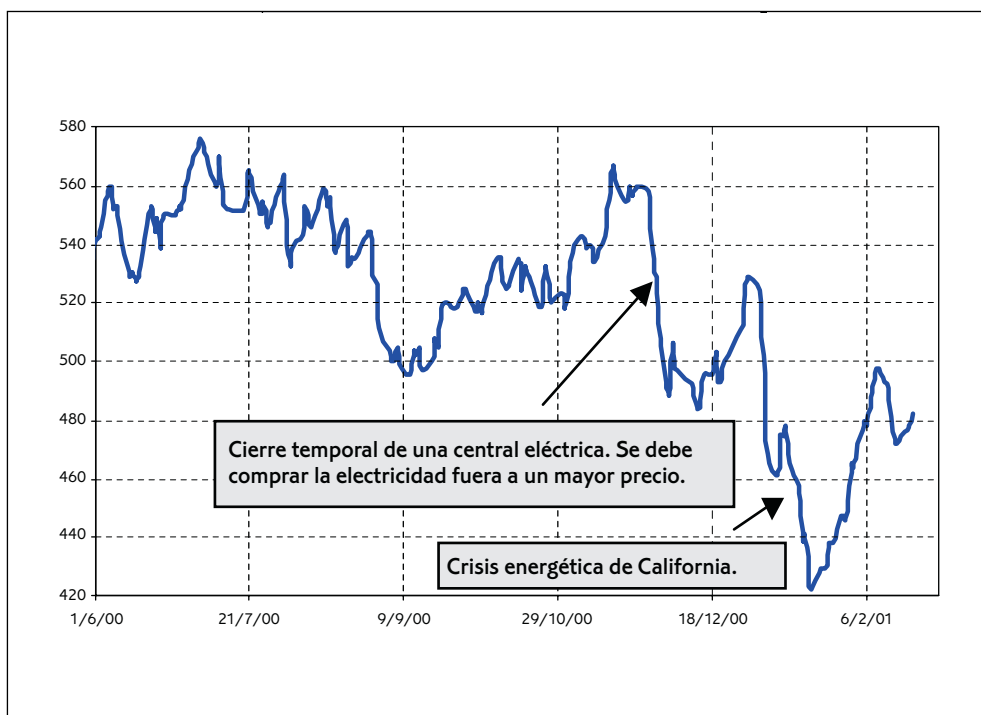
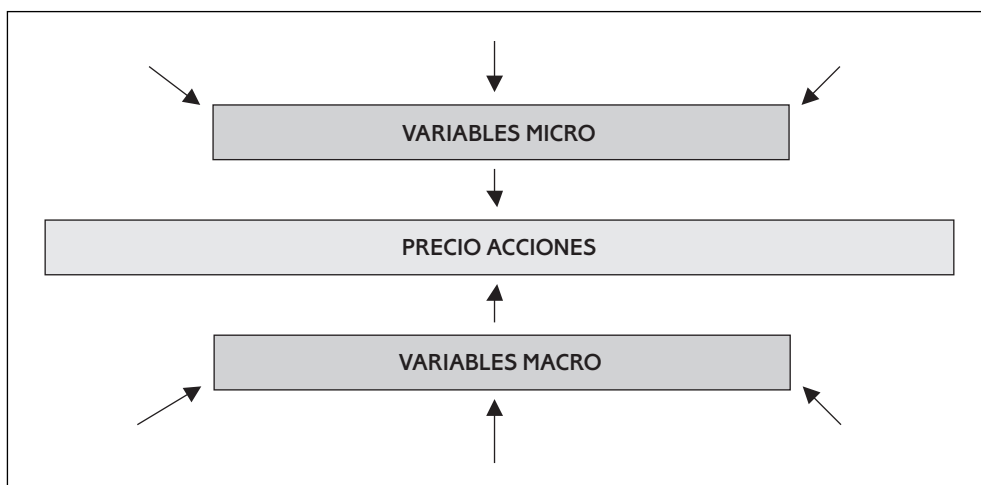


GRÁFICO 15. Influencia del cierre temporal de una central eléctrica en el precio de la acción de la compañía eléctrica Scottish Power.



CUADRO 9. El precio de las acciones viene determinado por factores microeconómicos y macroeconómicos.



GRÁFICO 16. Evolución del Standard&Poor's 500 durante la última década.

3.3. Mercados de divisas

Las transacciones comerciales y/o financieras llevadas a cabo entre agentes económicos de un mismo país (o unión monetaria) se realizan en una misma moneda.

— Cuando compro el periódico pago en euros, cuando me compro un helado pago en euros, etc.

— Cuando compro acciones de Telefónica pago en euros, cuando compro bonos del estado alemán pago en euros, etc.

Sin embargo, hay ocasiones en que las transacciones comerciales y/o financieras se realizan entre agentes económicos de países que cuentan con una moneda distinta. En estos casos, se debe hacer un cambio de moneda para que el intercambio pueda materializarse.

— Una empresa española que compra cámaras fotográficas a una empresa japonesa debe obtener yenes para poder comprar las cámaras.

— Un inversor español que quiera comprar acciones de una empresa estadounidense deberá obtener dólares para poder conseguir estas acciones.

Los compradores en los mercados internacionales necesitan obtener monedas (divisas) de los países a los cuales desean comprar bienes y/o servicios.

Los *mercados de divisas* o *mercados cambiarios* son los mercados en que los agentes van a poder intercambiar unas monedas por otras. La relación a la que se va a poder realizar este intercambio va a venir dada por el tipo de cambio.

Por lo tanto, el tipo de cambio lo podemos definir como el precio de una moneda en térmi-

nos de otra. Por ejemplo, si el tipo de cambio entre el dólar estadounidense y el euro es de 0,97 dólares por euro, podemos intercambiar un euro por 0,97 dólares en los mercados de divisas.

Este precio no se mantiene constante en el tiempo, sino que cambia en función de las condiciones de oferta y demanda de las distintas divisas.¹⁷ En este sentido, podemos definir dos conceptos:

Apreciación de una moneda: una moneda se aprecia cuando aumenta su valor respecto al de otras monedas. Por ejemplo, el euro se aprecia frente al dólar si el tipo de cambio pasa de 0,97 dólares por euro a 1 dólar por euro.

Depreciación de una moneda: una moneda se deprecia cuando disminuye su valor respecto al de otras monedas. Por ejemplo, el euro se deprecia frente al dólar si el tipo de cambio pasa de 0,97 dólares por euro a 0,90 dólares por euro.

La evolución del tipo de cambio, o el valor de una moneda respecto a las otras, no es irrelevante. A continuación, se mencionan dos posibles consecuencias derivadas de la depreciación de una moneda. Para ello, vamos a utilizar como ejemplo ilustrativo la cotización del euro frente al dólar.

Cuando el euro se deprecia frente al dólar:

- Aumenta la competitividad de las empresas europeas respecto a las estadounidenses. Los productos europeos se abaratan para los consumidores norteamericanos.

- Aumentan las presiones inflacionistas en Europa derivadas de los productos importados de EEUU. Los productos estadounidenses se encarecen para los consumidores europeos.

En este apartado, vamos a centrar la atención en algunos de los factores que determinan la evolución del tipo de cambio entre dos monedas:

- Crecimiento económico.
- Tipos de interés.
- Saldo de la balanza comercial.
- Inflación.

Este análisis lo vamos a realizar a partir de la influencia de cada uno de estos factores en la demanda y oferta de una divisa:

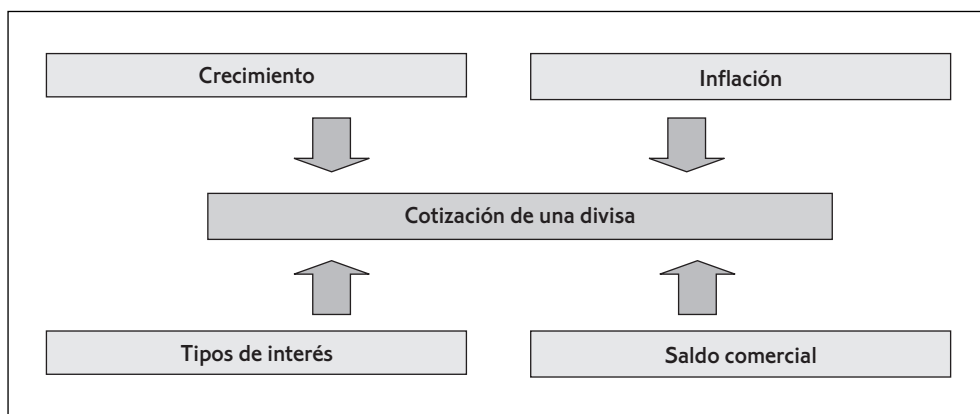
- Cuando aumenta la demanda de una divisa, ésta tiende a apreciarse.
- Cuando aumenta la oferta de una divisa, ésta tiende a depreciarse.

Para entender esta relación, y de forma similar a lo realizado en el estudio de los mercados de renta fija a largo plazo, vamos a utilizar un ejemplo.

Ejemplo: Supongamos un mundo en el que sólo hay dos áreas económicas, los EEUU, cuya moneda es el dólar, y la eurozona, cuya moneda es el euro.

- Los consumidores estadounidenses, para comprar productos europeos, necesitarán eu-

17. Estamos pensando en un sistema de tipos de cambio flexibles. En un sistema de tipos de cambio fijos, el valor de una moneda queda sujeto al de otra.



CUADRO 10. Factores determinantes de la evolución del tipo de cambio entre dos monedas.

ros. Por lo tanto, tendrán que ir a los mercados de divisas y demandar/comprar euros ofreciendo dólares (del mismo modo que irían a un supermercado para comprar manzanas y ofrecerían dólares a cambio de manzanas). De esta forma, si aumenta la demanda de euros, acabará aumentando su precio, es decir, cada vez se necesitarán más dólares para conseguir un euro (del mismo modo que aumentaría el precio de las manzanas con un aumento de su demanda). Por lo tanto, si aumenta la demanda de euros, el euro se aprecia respecto al dólar.

— Los consumidores europeos, para comprar productos estadounidenses, necesitarán dólares. Por lo tanto, tendrán que ir a los mercados de divisas y ofrecer/vender euros a cambio de dólares (del mismo modo que los vendedores de manzanas ofrecerían en el supermercado sus manzanas a cambio de dólares). De esta forma, si aumenta la oferta de euros, acabará disminuyendo su precio, es decir, cada vez se necesitarán menos dólares para conseguir un euro (del mismo modo que disminuiría el precio de las manzanas con un aumento de su oferta). Por lo tanto, si aumenta la oferta de euros, el euro se deprecia respecto al dólar.

A continuación, vamos a analizar el impacto de cada uno de los factores mencionados anteriormente en la cotización de una divisa. En particular, y para facilitar la comprensión, nos vamos a centrar en la cotización del euro respecto al dólar.

1) Crecimiento económico

Si la economía europea se comporta mejor que la estadounidense, uno debería esperar una evolución más favorable de la bolsa europea. En este contexto, aumentaría el atractivo de las acciones europeas para los inversores estadounidenses. Esto se traduciría en un aumento de la demanda de euros por parte de los inversores norteamericanos para poder adquirir estas acciones. Por lo tanto, un mayor crecimiento económico en la eurozona debería conducir a una apreciación del euro.

2) Tipo de interés

Si los tipos de interés aumentaran más rápido en la eurozona que en EEUU, aumentaría el atractivo de los títulos de renta fija europea para los inversores estadounidenses. Esto se traduciría en un aumento de la demanda de euros por parte de los inversores norteamericanos para poder adquirir estos títulos. Por lo tanto, en principio, unos mayores tipos de interés en la eurozona deberían conducir a una apreciación del euro.

Sin embargo, cabe matizar que un aumento más rápido de los tipos de interés en la eurozona que en EEUU, no siempre se traduce en una apreciación del euro. Esta situación puede traducirse en una depreciación de la divisa europea si el aumento de los tipos de interés en la eurozona es interpretado como un elemento estrangulador del crecimiento económico.

3) Saldo de la balanza comercial

El saldo de la balanza comercial de un país viene dado por la diferencia entre las exportaciones y las importaciones de bienes y servicios.

— Cuando la eurozona importa productos de EEUU, se ofrecen euros a cambio de dólares para poder comprar estos productos. Por lo tanto, un aumento de las importaciones europeas debería conducir a una depreciación del euro.

— Cuando la eurozona exporta productos a EEUU, los estadounidenses demandan euros a cambio de dólares para poder comprar los productos europeos. Por lo tanto, un aumento de las exportaciones europeas debería conducir a una apreciación del euro.

En conclusión, un aumento del déficit comercial en la eurozona, esto es, una situación en que las importaciones muestran un mayor dinamismo que las exportaciones, debería conducir a una depreciación del euro.

4) Inflación

Si en la eurozona aumenta la inflación más rápido que en EEUU, un europeo podría ganar dinero con la compra en EEUU de ciertos productos, más baratos que en Europa, y su posterior venta en la eurozona. En este proceso, se produce una oferta de euros para poder adquirir los productos estadounidenses. Por lo tanto, una mayor inflación en la eurozona debería conducir a una depreciación del euro.

En conclusión, una divisa tiende a apreciarse en un contexto de:

- Fuerte crecimiento económico.
- Elevados tipos de interés.
- Superávit comercial.
- Reducida inflación.

En el gráfico 17, se observa la evolución del tipo de cambio entre el dólar y el euro desde enero de 1999, momento en el que nació la moneda europea. En los últimos años, la confianza de los inversores en el potencial de la economía norteamericana y el consecuente atractivo de los activos denominados en dólares, se ha traducido en una importante entrada neta de flu-

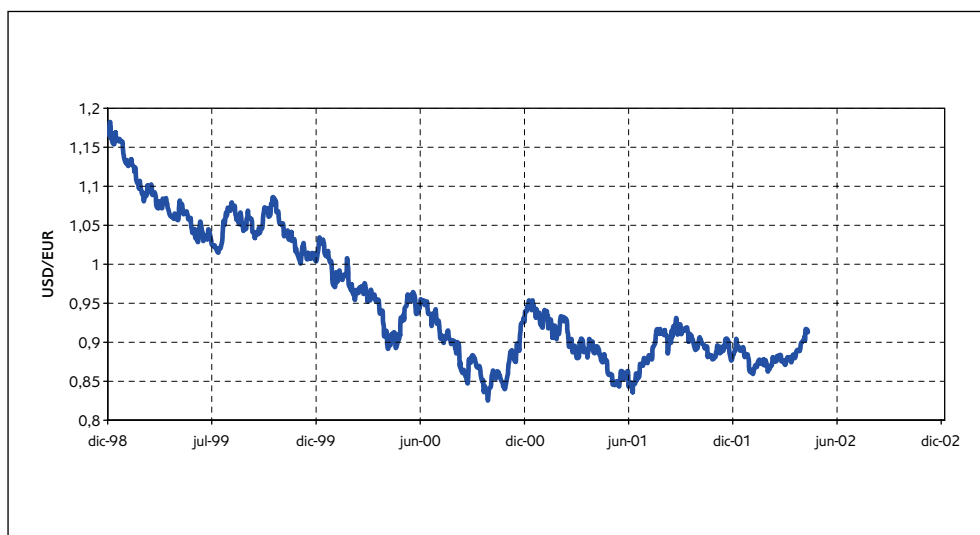


GRÁFICO 17. Evolución del tipo de cambio entre el dólar y el euro (dólares por euro).

jos en EEUU que explica la tendencia apreciatoria de su divisa. En los últimos meses, sin embargo, el dólar ha revertido esta tendencia en un contexto en que se cuestiona la actual capacidad de la economía estadounidense para atraer flujos que financien su abultado déficit comercial. La explosión de la burbuja en los mercados de renta variable, los reducidos tipos de interés en EEUU y las dudas todavía existentes sobre la magnitud y la rapidez de la recuperación de la economía norteamericana está reduciendo el atractivo de los activos denominados en dólares.

Resum

En la darrera dècada hi ha hagut una gran proliferació d'opcions financeres que depenen de diversos factors, tant entre les que es negocien en mercats com entre les OTC (*over-the-counter*). A més, empreses que han de prendre decisions sobre determinades inversions han desenvolupat opcions reals, particularment en l'àmbit dels recursos naturals o propietats immobiliàries, que es valoren d'una forma similar a les opcions financeres i que en molts casos depenen de diversos costos o beneficis. Els mètodes de valoració d'aquestes opcions requereixen un grau d'intensitat computacional més elevat, particularment quan són diversos els actius subjacents dels quals depèn l'opció financera o són diversos els preus o costos dels quals depèn l'opció real. La valoració d'opcions americanes encara és una qüestió difícil que requereix sofisticats procediments numèrics, perquè la posada en pràctica de les tècniques binomials i de diferències finites no resulta senzilla o no és eficient. No obstant això, la creixent capacitat dels ordinadors ha augmentat l'atractiu d'aquest tipus d'opcions. L'objectiu d'aquests comentaris és mostrar algunes d'aquestes dificultats, analitzant l'estructura matemàtica del problema i com poden ser resoltes tant en el camp de les opcions financeres com en el de les reals.

Resumen

En la última década ha habido una gran proliferación de opciones financieras que dependen de varios factores tanto entre las que se negocian en mercados como entre las OTC (*over-the-counter*). Además, empresas que deben tomar decisiones sobre determinadas inversiones han desarrollado opciones reales, particularmente en el ámbito de los recursos naturales o propiedades inmobiliarias, que se valoran de un modo similar a las opciones financieras y que en muchos casos dependen de varios costes o beneficios. Los métodos de valoración de estas opciones requieren un más alto grado de intensidad computacional, particularmente cuando son

varios los activos subyacentes de los que depende la opción financiera o son varios los precios o costes de los que depende la opción real. La valoración de opciones americanas es aún una cuestión difícil que requiere sofisticados procedimientos numéricos, debido a que la puesta en práctica de las técnicas binomiales y de diferencias finitas no resulta sencilla o no es eficiente. No obstante, la creciente capacidad de los ordenadores ha aumentado el atractivo de este tipo de opciones. El objetivo de estos comentarios es mostrar algunas de estas dificultades, analizando la estructura matemática del problema y cómo se pueden resolver tanto en el campo de las opciones financieras como reales.

1. Introducción

En las últimas décadas los mercados financieros han experimentado profundas innovaciones. Los modelos matemáticos en finanzas han producido una convergencia de ideas entre diferentes campos teóricos y aplicados de modo que actualmente existe una colaboración muy fuerte entre economistas, matemáticos y profesionales de las finanzas. No sólo es posible ver en las publicaciones científicas especializadas en finanzas una presencia fuerte de modelos matemáticos que son altamente sofisticados, sino que los propios mercados financieros hacen un uso real de estos instrumentos.

Junto a los tradicionales activos financieros como los bonos, obligaciones o las acciones, han aparecido activos que se derivan de ellos como son los futuros y las opciones. La estimación del precio de una opción y del tiempo óptimo para su ejercicio, puede realizarse usando algunos modelos matemáticos de los que el fundamental es el debido a F. Black y M. Scholes, que está descrito por los autores en un trabajo publicado en 1973. Los argumentos utilizados para la valoración de estos activos derivados van más allá del cómputo de valores medios y utilizan la hipótesis de que los mercados son competitivos y no permiten arbitrajes. Estos modelos se apoyan en ecuaciones en derivadas parciales parabólicas similares a las que se utilizan en modelos de procesos de difusión en física y en mecánica si bien los coeficientes de difusión resultan degenerados en los ejes dándole a la ecuación, características especiales. Además la libertad en el tiempo para ejercitar una opción, en las llamadas americanas, se traduce en que parte de la frontera del dominio donde se plantea la ecuación, sea libre. Es decir, que la región en la que se plantea la ecuación sea desconocida de antemano. Esta dificultad añadida asemeja aún más los modelos de las opciones con algunos problemas de la mecánica o de la térmica que se conocen con el nombre genérico de problemas unilaterales. La similitud es aprovechada para transferir técnicas y procedimientos que puedan ser utilizados en la resolución numérica de los modelos financieros.

A pesar de la famosa fórmula de Black-Scholes (1973) y Merton (1973), realmente la mayoría de los problemas de valoración de precios en finanzas no tienen una fórmula analítica que permita calcularlos. Aunque esto no es verdaderamente un problema en muchos casos ya que los métodos numéricos pueden ser muy eficientes, lo cierto es que progresivamente la com-

plejidad de los modelos ha ido creciendo y el salto de los modelos unidimensionales a modelos que incluyen varias variables subyacentes o factores de riesgo múltiples ha creado nuevas dificultades en la valoración de las opciones.

2. El modelo básico de Black-Scholes-Merton

Una opción de compra (*call*) es un contrato entre dos partes de modo que el propietario de la opción tiene el derecho (pero no la obligación) de comprar el activo financiero a la otra parte antes de la fecha del vencimiento por una cantidad fijada llamada precio de ejercicio. Si tiene la capacidad para ejercitar la opción durante el plazo que va desde que se suscribe la opción hasta la fecha de vencimiento la opción se dice americana. Si la opción solamente se puede ejercitar en la fecha de vencimiento se dice europea. En el momento en que se suscribe la opción, el propietario paga una prima a la otra parte. A su vez el propietario puede vender su opción (o comprar nuevas) en un mercado de estas opciones. Si el propietario del contrato tiene el derecho y obligación de comprar o vender el activo financiero, el contrato se llama futuro. Mientras que el propietario de una opción de compra desea que el precio del activo aumente, el propietario de una opción de venta desea que disminuya. Podemos pensar que el valor de una opción de compra debe coincidir con el valor de una opción de venta ya que sus efectos son opuestos. Esto no es así ya que el contrato de una opción da el derecho, pero no la obligación, y la diferencia de valor entre ambas opciones es justamente el valor de un contrato en el que ambas partes estén obligadas, es decir, un futuro. El efecto de estos derivados financieros es lo que los economistas llaman la intermediación financiera, es decir, la transferencia de riesgo financiero de unos individuos a otros.

Las valoraciones más simples de opciones de compra o de venta están basadas en las siguientes hipótesis sobre el funcionamiento del mercado:

- 1) *Mercado sin fricción.* No existen costes transaccionales ni tasas en el mercado.
- 2) *Mercado sin arbitrajes.* Todas las inversiones sin riesgo deben tener el mismo rendimiento representado por r .
- 3) *Mercado continuo.* Se pueden comprar o vender continuamente un número, que no es necesariamente entero, de activos financieros.
- 4) *Mercado con dividendo continuo.* Por el activo subyacente se paga un dividendo por unidad de tiempo δ , pero no se produce ninguna otra alteración objetiva que pueda modificar bruscamente el valor del activo.
- 5) *Modelo Browniano del comportamiento del valor del activo.* Se admite que S sea un proceso aleatorio que verifique la ecuación diferencial estocástica

$$dS = (\mu - \delta)Sdt + \sigma SdX$$

siendo X un proceso Browniano de incrementos con media nula y desviación típica $\sqrt{dt}$.
 6) *Mercado con posiciones en corto y en largo.* El mercado permite vender en corto, es decir, vender activos que no se poseen con la garantía de reintegrarlos en el vencimiento.

Evidentemente, en la fecha de vencimiento el valor exacto de la opción es conocido y viene dado por el llamado contrato de liquidación (*payoff*), que en el caso de los modelos de opciones más sencillas se reduce a una expresión numérica en la que interviene el valor del activo y el precio de ejercicio. Así, para una opción simple de compra o de venta, las liquidaciones vienen dadas respectivamente por las funciones

$$F(S_T) = \max(S_T - K, 0), \quad F(S_T) = \max(K - S_T, 0)$$

donde S_T representa el precio del activo en el instante T y K el precio de ejercicio. Si se admite que en todo instante sigue existiendo una dependencia funcional entre el proceso del activo subyacente y el precio de la opción y que viene dada por una función $V = V(S, t)$, que es regular, entonces mediante un argumento basado en las anteriores hipótesis es posible concluir que el precio de la opción para un valor arbitrario S verifica la ecuación en derivadas parciales

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + (r - \delta)S \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0,$$

que se conoce como ecuación de Black-Scholes. La solución de esta ecuación, que determina la relación entre los precios de la opción y el subyacente, debe verificar la condición final $V(S, T) = F(S)$ para todo valor posible de S .

En el caso general de una ecuación parabólica, es preciso completar la ecuación con condiciones de contorno además de la condición final ya mencionada. Sin embargo, el hecho de que los coeficientes se anulen en 0, le confiere a la ecuación una estructura especial. En efecto, la ecuación degenera en $S = 0$ reduciéndose a una ecuación diferencial ordinaria

$$\frac{\partial V}{\partial t} - rV = 0$$

cuya solución explícita es

$$V(0, t) = V(0, T)e^{r(t-T)} = F(0)e^{r(t-T)}.$$

Así, para el caso de una opción de compra $V(0, t) = 0$ y para una opción de venta $V(0, T) = Ke^{r(t-T)}$, lo que ocurre cuando el valor del activo subyacente es nulo es algo irrelevante desde un punto de vista financiero. Pero es importante señalar que también lo es desde el

punto de vista numérico y aunque aparece frecuentemente como una condición de contorno realmente no es capaz de introducir información en la ecuación en derivadas parciales. Se podría justificar que la situación es similar para $S \rightarrow \infty$ ya que existe una condición de contorno embebida en la ecuación. Sin embargo, existe un problema adicional cuando se pretende usar un método numérico y se está obligado a realizar lo que con frecuencia se llama localización, limitando el dominio infinito de la ecuación a un intervalo acotado $0 < S < L$. En este caso, sí es preciso imponer una condición de contorno como la siguiente

$$V(L, t) = F(L)e^{r(T-t)}.$$

Así pues, las ecuaciones en derivadas parciales que aparecen en la valoración de opciones

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \mathcal{L}V = 0$$

con

$$\mathcal{L}V = \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + (r - \delta)S \frac{\partial V}{\partial S} - rV$$

tienen una característica que las diferencia de las ecuaciones parabólicas clásicas, que reside en que los coeficientes de las derivadas se anulan en $S = 0$. Desde un punto de vista teórico, resulta interesante formular los problemas pasando a una escala logarítmica en la variable independiente que tiene el efecto de hacer desaparecer la degeneración de los coeficientes a cambio de extender el dominio para el precio del activo a toda la recta. Sin embargo, el uso de la escala logarítmica hace necesaria la introducción de fronteras artificiales para precios pequeños cuando se procede a resolver numéricamente el problema y los dominios no-acotados se aproximan por dominios acotados. Por esta razón, estas transformaciones parecen tener sólo un interés teórico.

Argumentos basados en la ausencia de arbitrajes permiten justificar que las relaciones que rigen el precio de las opciones americanas son las siguientes

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \mathcal{L}V \leq 0,$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t} + \mathcal{L}V \right) (V - F(S)) = 0, \quad V - F(S) \geq 0.$$

En los puntos (S, t) en los que el valor de la opción es superior al de liquidación se verifica el equilibrio Black-Scholes en ambos sentidos, es decir se verifica la ecuación. En el caso de las op-

ciones de venta europeas se puede probar directamente que la solución no es inferior al valor de liquidación en todos los puntos, por lo que no existe diferencia entre el precio de una opción europea y americana si $\delta = 0$. Por el contrario, en el caso de una opción de venta, la europea está en una región del plano por debajo del valor de liquidación y consecuentemente difiere de la americana.

El valor de una opción de venta americana es la suma del valor de liquidación más una valoración de la capacidad de descender del precio del activo. Obviamente, existe un entorno de $S = 0$ en el que esa valoración es nula y por lo tanto el propietario debería ejercitar su opción. En una opción de venta europea, las funciones $P(S, t)$ y $(K - S)^+$ se entrecruzan para cada t fijo. La solución de la opción europea está por debajo de la liquidación para valores de $S < K$ alejados de K , mientras que para valores por encima de K el valor de la opción europea supera al de liquidación. Además, los precios de las opciones americanas verifican la siguiente propiedad de contacto, que pueden justificarse mediante argumentos de ausencia de arbitrajes: La función $\frac{\partial V}{\partial S}$ (delta) toma el valor -1 en los puntos de la frontera libre $S = S_f(t)$.

3. Representación probabilística de la valoración de opciones

La ecuación en derivadas parciales puede ser transformada mediante adecuados cambios de variable en la ecuación de la difusión lineal o ecuación del calor que aparece en los modelos que describen numerosos fenómenos en mecánica y en física y su solución puede ser expresada analíticamente. Una expresión directa de la solución en el caso de una opción europea es

$$V(S, t) = \frac{e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi\sigma^2(T-t)}} \int_{-\infty}^{\infty} F\left(Se^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+z}\right) e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2(T-t)}} dz$$

en el caso $\delta = 0$ (véase Wilmott *et al.* (1993), Almagreen (1998)). A esta expresión se le puede dar una interpretación probabilística. Puesto que la densidad de la distribución normal de media 0 y varianza $\sigma^2(T-t)$ es

$$\Phi(x, 0, \sigma^2(T-t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2(T-t)}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2(T-t)}}$$

y es la asignada al incremento $\sigma(X(T) - X(t))$ de acuerdo con la definición de proceso Browniano. Consecuentemente se puede interpretar el valor de la opción como

$$V(S, t) = e^{-r(T-t)} E\left(F\left(Se^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma(X(T)-X(t))}\right)\right)$$

donde E representa la esperanza asociada a la probabilidad. Pero

$$\hat{S}(t) = S_0 e^{(r - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma X(t)}$$

es la solución de la ecuación diferencial estocástica

$$dS = rSdt + \sigma SdX,$$

que coincide con la de nuestro modelo, pero con distinta tendencia (proceso de pseudoprecios). Así pues, se tiene que

$$\hat{S}(T) = \hat{S}(t) e^{(r - \frac{\sigma^2}{2})(T-t) + \sigma(X(T) - X(t))}.$$

En definitiva, el valor de la opción está dado por

$$V(S, t) = e^{-r(T-t)} E(F(\hat{S}(T)))$$

donde $\hat{S}$ es un proceso log-normal con la misma volatilidad que el de nuestro modelo, pero con la misma tendencia de un proceso sin riesgo (*risk-neutral*). Para una opción de venta se puede obtener una fórmula similar usando la fórmula de la paridad *put-call*.

En lo que se refiere a las opciones americanas, Bensoussan (1984), (1978) y Karatzas (1988) establecieron la conexión entre la formulación como problema unilateral o inecuación variacional y los problemas de parada óptima. Así, los problemas de valoración de opciones americanas admiten una formulación probabilística alternativa como

$$V(S, t) = \sup_{\tau \in T} E(e^{-r(\tau-t)} F(\hat{S}(\tau))) \quad (1)$$

donde T representa el conjunto de tiempos de parada con valores en $[t, T]$ para la filtración aumentada F_t asociada al movimiento Browniano.

4. Opciones que dependen de varios activos con riesgo

A pesar de los avances recientes, el problema de la valoración de opciones americanas, particularmente cuando depende de varios factores aleatorios, sigue siendo un problema complejo al menos desde un punto de vista numérico.

La intervención de varios factores con riesgo en el precio de la opción puede ocurrir de diversos modos, algunos de los cuales se indican a continuación

- *Opción de Margrabe* (1978) para intercambiar un activo por otro en una proporción fijada. Si S_1 y S_2 representan dos activos con riesgo, la opción da el derecho, pero no la obligación, de obtener q_1 acciones de primer activo a cambio de q_2 acciones del segundo activo. Consecuentemente el *payoff* de la opción es

$$F(S_1, S_2) = \max(q_1 S_1 - q_2 S_2, 0).$$

Es importante señalar que la función de *payoff* es homogénea. Es decir

$$F(S_1, S_2) = S_2 F(\xi, 1), \quad \text{donde } \xi = \frac{S_1}{S_2}.$$

Por un argumento de similitud basado en la homogeneidad positiva de la función F se puede reducir la ecuación de Black-Scholes, correspondiente a este problema, a una ecuación similar en una sola variable independiente ξ (véase Wilmott (1998) para los detalles). Ésta no es una propiedad aislada de este tipo de contratos sino que está presente en muchos de ellos y permite una disminución en el número de variables independientes lo que siempre será muy ventajoso para resolver numéricamente el problema.

- *Opciones que dependen de activos financieros de características similares*. Se conocen como opciones cesta (*basket option*), opciones arcoiris (*rainbow option*), etc. En el caso de dos activos con riesgo S_1 y S_2 , algunas de las funciones de *payoff* usadas en este tipo de contratos son

$$\begin{aligned} F(S_1, S_2) &= \max(\min(S_1, S_2) - K, 0) && \text{on the worst.} \\ F(S_1, S_2) &= \max(S_2 - S_1 - K, 0) && \text{spread call.} \end{aligned}$$

La versión multidimensional de la ecuación de Black-Scholes toma la forma

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j S_i S_j \frac{\partial^2 V}{\partial S_i \partial S_j} + (r - \delta_i) S_i \frac{\partial V}{\partial S_i} - rV = 0,$$

donde ρ_{ij} representa la correlación entre los activos i y j , δ_i es el dividendo del activo i y σ_i la volatilidad del activo i .

5. La metodología de las opciones reales

Una opción nos permite hacer una pequeña inversión hoy con el fin de reducir el riesgo más adelante. También puede usarse para mantener abierta la posibilidad de hacer una inversión más tarde si las cosas van como esperamos. Se puede aplicar la metodología de las opciones financieras en relación con activos que no están directamente relacionados con los mercados de activos financieros, pero que están sujetos a incertidumbres. Se identifica una opción con un proyecto de inversión, explotación o cambio de uso. Si las cosas van por el camino adecuado se realiza el proyecto (lo que equivale a ejercitar la opción) mientras que en otro caso el proyecto no se realiza. Esta capacidad para realizar el proyecto tiene un valor que se puede estimar usando la misma metodología que se usa en las opciones financieras. Esta metodología ha sido usada en industrias relacionadas con la energía y los recursos naturales, propiedades inmobiliarias, farmacéuticas etc., en donde las inversiones conllevan un alto grado de incertidumbre. Su interés surge cuando se considera que las opciones de inversión de una empresa son una parte importante de su valor de mercado.

La idea de valorar opciones reales está presente en trabajos de Bellman, Howard o Manne en los años 60, antes de que el término *opciones reales* fuese acuñado. Naturalmente esta terminología aparece con el desarrollo de las opciones financieras. La metodología de las opciones reales intenta aplicar los mismos argumentos que en el caso de las financieras usando una supuesta capacidad para negociar en un mercado líquido con activos cuyo proceso de precios está muy relacionado con el proceso de precios del activo subyacente del proceso real.

Una situación a la que se puede utilizar esta metodología es la determinación del valor del cambio del uso que se hace de una propiedad. Por ejemplo, un terreno agrícola puede ser transformado en urbano, un edificio de viviendas puede ser rehabilitado para un uso comercial, etc. Para analizar cómo la metodología de las opciones reales se puede aplicar en estas circunstancias, se considera una propiedad para la cual las normativas legales vigentes permiten un cambio de uso en cualquier instante. La propiedad tiene un valor P_i para $i = 1, 2$ para cada uno de sus usos. Se representa por F el coste del cambio de uso en la propiedad. La capacidad de decidir en qué momento se cambia el uso de la propiedad añade un valor al primer uso que se pierde en el momento del cambio. Se desea valorar esta capacidad y decir bajo qué circunstancias el cambio de uso es conveniente. Se considera que la opción para cambiar de uso es perpetua, pero una vez realizado el cambio de uso, éste es irreversible. Se puede encontrar una detallada exposición de este problema y otros análogos en Capozza, Li (1994), Childs *et al.* (s.d.), Gunnekin (2000).

Una hipótesis esencial en la construcción del modelo de valoración está en admitir que F y P_i son procesos estocásticos regidos por las ecuaciones

$$\begin{aligned}dF &= \alpha_0 F dt + \sigma_0 F dZ_0, \\dP_i &= \alpha_i P_i dt + \sigma_i P_i dZ_i\end{aligned}$$

donde α_i son las tasas de crecimiento esperadas de precios y gastos, σ_i son sus volatilidades y Z_j son procesos Brownianos estándares.¹ Los coeficientes de correlación entre estos procesos se designan por ρ_{0i} y ρ_{12} .

El uso de los argumentos de ausencia de arbitrajes, como en el caso de las opciones financieras, podría ser cuestionable en base a que los valores de la propiedad y los gastos no son activos que se puedan negociar de un modo líquido, lo que es fundamental en el argumento de Black-Scholes. Sin embargo, un argumento estándar en la metodología de las opciones reales es suponer que las variables de estado pueden ser replicadas por una cartera de activos financieros que se negocian en un mercado y se conocen como *spanning assets* o *surrogate assets*. De este modo, se relajan las hipótesis de liquidez necesarias para poder utilizar los argumentos clásicos de Black-Scholes y es posible establecer el equilibrio.

La tasa de crecimiento de un activo libre de riesgo se indica por r . El valor de la opción se expresa ahora mediante una función homogénea V que depende de las tres variables P_i y F . En Capozza, Li (1994); Gunnellin (2000), usando argumentos de ausencia de arbitrajes con las carteras que replican los procesos de precios y costes, se justifica que V verifica la siguiente ecuación en derivadas parciales²

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sigma_0^2 F^2 \frac{\partial^2 V}{\partial F^2} + \frac{1}{2} \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j P_i P_j \frac{\partial^2 V}{\partial P_i \partial P_j} + \frac{1}{2} \rho_{0i} \sigma_0 \sigma_i F P_i \frac{\partial^2 V}{\partial F \partial P_i} + \\ & + (r - \delta_0) F \frac{\partial V}{\partial F} + (r - \delta_i) P_i \frac{\partial V}{\partial P_i} - rV = 0, \end{aligned}$$

donde δ_0 y δ_i son los dividendos de las carteras que replican los procesos estocásticos.

Por otra parte, un propietario que se comporte racionalmente retrasará el cambio de uso mientras el valor del primer uso supere al valor del segundo uso más los costes de transformación. Más precisamente, el cambio de uso se producirá cuando el valor de la opción (que se pierde después de la transformación) más el valor del primer uso iguale a la suma del valor del segundo uso más el coste del cambio. Es importante notar que el equilibrio de Black-Scholes se verifica únicamente en la región

$$V(P_1, P_2, F) + P_1 > P_2 + F.$$

En esta región del espacio de precios y coste, es en la que se pretende resolver la ecuación en derivadas parciales. Desafortunadamente la región no es conocida *a priori* ya que la función V de valoración de la opción es precisamente la incógnita del problema. Se puede utilizar para salvar esta dificultad una técnica usada para resolver muchos de los llamados problemas de fron-

-
1. La conveniencia de estos modelos está analizada, por ejemplo, en McDonald, Siegel (1986).
 2. Se usa la notación de índices mudos.

tera libre que aparecen en numerosas áreas aplicadas de la ciencia y la ingeniería, que consiste en convertir el dominio en uno fijo, extendiendo la función V artificialmente al resto del octante $\{F > 0, P_i > 0\}$ mediante la expresión

$$V(P_1, P_2, F) = P_2 - P_1 + F.$$

La frontera que limita las dos regiones se conoce como la superficie de indiferencia. Es usual admitir la continuidad de las *deltas* en la cobertura dinámica, lo que en este caso se traduce en

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial P_1}(P_1, P_2, F) &= -1, \\ \frac{\partial V}{\partial P_2}(P_1, P_2, F) &= 1, \\ \frac{\partial V}{\partial F}(P_1, P_2, F) &= 1.\end{aligned}$$

El hecho de que la función sea homogénea permite efectuar una reducción de dimensión. Para ello se considera el cambio de variable

$$u(x_1, x_2) = V(x_1, 1, x_2), \quad x_1 = \frac{P_1}{P_2}, \quad x_2 = \frac{F}{P_2}.$$

De acuerdo con este cambio de variable, la ecuación en derivadas parciales se transforma en

$$a_{ij}x_i x_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + a_i x_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + a_0 u = 0$$

donde

$$\begin{aligned}a_0 &= d_2 - r = -\delta_2, \quad a_1 = d_1 - d_2 = \delta_2 - \delta_1, \quad a_2 = d_0 - d_2 = \delta_2 - \delta_0, \\ a_{11} &= \frac{1}{2}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}), \quad a_{22} = \frac{1}{2}(\sigma_0^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_0 \sigma_2 \rho_{02}), \\ a_{12} &= a_{21} = \frac{1}{2}(\sigma_2^2 - \sigma_0 \sigma_1 \rho_{01} - \sigma_0 \sigma_2 \rho_{02} - \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}).\end{aligned}$$

La condición que delimita el dominio variable del plano en el que se cumple la ecuación es

$$u(x_1, x_2) = 1 - x_1 - x_2.$$

Las condiciones de *contacto* en la frontera libre se convierten en

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{\partial u}{\partial x_2} = -1.$$

De nuevo se plantea la cuestión de si la ecuación debe completarse con condiciones de contorno. Se puede emplear el mismo tipo de argumentos que en las secciones anteriores en sentido negativo. Los ejes $x_2 = 0$ y $x_1 = 0$ son curvas características de la ecuación de segundo orden y consecuentemente la información de lo que ocurra en ellos no se mezcla con el equilibrio en el interior del primer cuadrante. Con el adecuado cambio de variable se podría razonar de modo similar con las condiciones en el infinito. No obstante, la necesidad de localización del dominio infinito en un dominio acotado en el que pueda ser resuelta la ecuación por un método numérico nos empuja a buscar una condición de contorno. Se puede justificar la condición de contorno por un simple argumento económico: volviendo a la ecuación original, obviamente, si el valor del primer uso o de los costes es muy grande frente al valor del segundo uso, el cambio no va a llevarse a cabo y el valor de la opción es nulo. Esto se puede traducir en las siguientes condiciones de contorno

$$V(P_1, P_2, F) = 0 \quad \text{cuando} \quad \frac{P_1}{P_2} \rightarrow \infty \quad \text{ó} \quad \frac{F}{P_2} \rightarrow \infty.$$

Las condiciones de contorno en el infinito para V se transforman en las siguientes:

$$u(x_1, x_2) = 0 \quad \text{cuando} \quad x_1 \rightarrow \infty \quad \text{ó} \quad x_2 \rightarrow \infty.$$

De este modo se puede localizar el problema de contorno en un dominio acotado $0 < x_1 \leq L_1$, $0 < x_2 \leq L_2$, imponiendo como condición $u = 0$ en $x_1 = L_1$ y en $x_2 = L_2$. Se puede justificar que con esta información es posible determinar una única solución de este problema de contorno localizado.³

Existe un cierto grado de confusión sobre si es necesario completar las condiciones de contorno añadiendo condiciones sobre los ejes $x_1 = 0$ y $x_2 = 0$ entendiendo que en un problema elíptico la información debe rodear al dominio donde la ecuación se plantea. Efectivamente, el problema podría resolverse en cada uno de los ejes ya que la ecuación en derivadas parciales degenera en una ecuación ordinaria

3. En la práctica estas condiciones resultan ser demasiado radicales y obligan a que los valores de L_1 y L_2 sean muy altos. En Moreno, Samartin (2002) se consideran algunas condiciones de contorno alternativas que mejoran la precisión de la aproximación.

$$a_{11} \frac{d^2 u}{dx_1^2} + a_1 \frac{du}{dx_1} + a_0 u = 0$$

para la cual una solución explícita

$$u_1(x_1) = \begin{cases} 1 - x_1 & \text{si } x_1 < x_1^* \\ kx_1^\beta & \text{en otro caso} \end{cases}$$

con

$$x_1^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1}, \quad k = (1 - x_1^*)(x_1^*)^{-\beta_1}$$

$$\beta_1 = \frac{a_1 - a_{11} - \sqrt{(a_1 - a_{11})^2 - 4a_0 a_{11}}}{2a_{11}}$$

puede ser establecida (la situación es similar en el otro eje). Sin embargo, como se ha indicado, esta información no puede ser incorporada al problema de contorno debido a la degeneración de la matriz de coeficientes en los ejes. Esto se pone de manifiesto también cuando se construye la formulación variacional del problema que rechaza la incorporación de estas condiciones de contorno. La formulación variacional suministra también la posibilidad de resolver el problema en un dominio fijo, ya que en principio una parte de la frontera (llamada frontera libre), que corresponde a la superficie de indiferencia en el modelo tridimensional, es desconocida *a priori*.

Otra orientación, que tampoco parece conveniente, es realizar el cambio de variable definido por $x_i = e^{-y_i}$ que permite transformar la ecuación en una de coeficientes constantes en la escala logarítmica. Sin duda, el hecho de que la matriz de coeficientes fuese en este caso definida positiva y constante facilitaría considerablemente los cálculos pero, no obstante, la contrapartida está en que el nuevo dominio sería todo el plano y una nueva localización (esta vez en los precios bajos) sería necesaria. Además, podrían aparecer problemas de *overflow* al retornar a las variables originales.

6. Métodos numéricos

En el caso de las opciones europeas se puede construir analíticamente la solución del problema de la valoración de una opción *call* o *put*. No obstante, esto ya no parece posible en el caso de las opciones americanas ya que el problema no es lineal. Además, los refinamientos que se puedan introducir en el modelo posiblemente tales como términos de tendencia, que no son lineales, pueden hacer impracticables los métodos analíticos. Por otra parte, la solución analítica incluye la evaluación de la función de distribución normal en dos valores, lo que re-

quiere una aproximación que puede generar un error mayor que el que se produce en un método numérico.

A pesar de los continuos avances en las dos últimas décadas, el desarrollo de métodos numéricos de valoración de opciones sigue siendo un problema al que se dedican muchos esfuerzos de investigación debido fundamentalmente a tres hechos:

- Refinamiento de los modelos que contemplan activos subyacentes que siguen procesos estocásticos más generales que el Browniano geométrico, tales como difusiones con salto (Merton, 1973; Cox-Ross, 1976), procesos no-markovianos (Heath, Jarrow y Morton, 1992) o semimartingalas generales (Harrison-Pliska, 1981).

- Aparición de cada vez más sofisticados modelos de opciones y su proliferación en ámbitos no-financieros (opciones reales).

- La complejidad computacional que se introduce en los modelos de opciones que contemplan la posibilidad de depender de varios activos subyacentes.

Las técnicas numéricas pueden dividirse en tres grupos:

- Métodos de Monte Carlo. Están basados en la simulación de trayectorias con números aleatorios o en las representaciones en términos de esperanzas tales como la de Feynman-Kac. Estos métodos requieren un más alto grado de intensidad computacional, pero la creciente capacidad de los ordenadores ha aumentado el atractivo de este tipo de procedimientos. En principio, su aplicación estaba limitada a las opciones europeas aunque es posible extenderla al caso multifactor. Una extensión basada en aproximaciones de mínimos cuadrados ha sido propuesta por Longstaff y Schwartz (2001).

- Métodos de retículos (*lattices*) o multinomiales. Están basados en las representaciones por grafos como las utilizadas por Cox y Rubinstein y que realmente pueden ser interpretados como métodos de diferencias finitas explícitos aplicados a las ecuaciones en derivadas parciales. Su aplicabilidad en el caso de varios factores es limitada. Además el carácter estacionario de las ecuaciones como la que corresponde a la valoración de cambio de uso de una propiedad, analizada en las secciones previas, y por consiguiente la ausencia de una condición final como la que existe en los problemas dinámicos, hace difícil la utilización de este tipo de técnicas.

- Métodos de diferencias y elementos finitos. La ventaja de los métodos de elementos finitos está en su mayor versatilidad para el refinamiento adaptativo en las regiones en las que las deltas alcanzan valores altos. Se pueden obtener resultados más precisos que con otros métodos. Esto puede ser importante para determinar la curva de indiferencia que puede ser altamente sensible como se manifiesta en los ensayos numéricos. Una de sus desventajas es su relativa complejidad conceptual. Sin duda, para alguien que no dispone de una cierta familiaridad con la teoría de las ecuaciones en derivadas parciales, le resultará mucho más simple la puesta en práctica de una simulación de Monte Carlo que la aproximación por elementos finitos, que re-

quiere una comprensión de conceptos matemáticos como el de formulación variacional. Si el número de factores es superior a 3, su utilización es bastante problemática.

Se han planteado los problemas de valoración de opciones mediante ecuaciones en derivadas parciales, una condición inicial y restricciones unilaterales en el valor de la solución en el caso de las opciones americanas. Todas estas condiciones son relaciones puntuales, es decir, deben verificarse sobre cada punto. Hay un modo alternativo de formular el problema en el que las ecuaciones son de naturaleza global, es decir, implican conjuntamente a todos los valores de la función incógnita y sus derivadas en el dominio. Es la llamada formulación variacional. Una de las ventajas de esta formulación reside en que suministra la base teórica sobre la que se puede aplicar el método de los elementos finitos para la resolución numérica de un problema de contorno.

La dificultad esencial que introducen las opciones americanas frente a las europeas es la no-linealidad debida al *obstáculo* que supone la capacidad de ser ejercitada en cualquier instante antes del tiempo de vencimiento. De hecho, la utilización del método de los elementos finitos o diferencias finitas conduce el problema de la valoración de opciones americanas a un problema que se conoce en la teoría de la programación no-lineal como problema de complementariedad

$$Au \geq 0, \quad u \geq w, \quad Au(u - w) = 0.$$

Actualmente existen algoritmos muy eficientes para resolver este tipo de problemas aunque en el caso de matrices mal condicionadas su convergencia puede ser lenta. Por otra parte, existen algoritmos especializados como el debido a Brennan y Schwartz que resuelven el problema en una variable eficazmente. En esta dirección, en Moreno, Samartin (2002) se propone un algoritmo válido para problemas de varias opciones que parece mucho más eficiente que otros métodos clásicos en la programación no-lineal.

Bibliografía

- ALMGREN, R. (1998). *Course notes: Solving the Black-Scholes equation*. U. Chicago.
- BENSOUSSAN, A. (1984). «On the theory of option pricing». *Act Appl. Math*, 2, p. 139-158.
- BENSOUSSAN, A.; LIONS, J. L. (1978). *Applications des inéquations variationnelles en controle stochastique*. París: Dunod.
- BERMÚDEZ, A.; MORENO, C. (1981). «Duality methods for solving variational inequalities». *Comp. Math. with Appl.*
- CAPOZZA, D. R.; LI, Y. (1994). «The intensity and timing of investment: The case of land». *American Economics Review*, 84 (4), p. 889-904.

- CHILDS, P. D.; RIDDIOUGH, T. J.; TRIANTIS, A. J. «Mixed uses and redevelopment option». *Real Estate Economics*, 24 (3), p. 317-339.
- DIXIT, A. K.; PINDYCK, R. S. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton University Press.
- GUNNELIN, A. (2000). «Real options in real estate». Estocolmo. [Tesis doctoral].
- KARATZAS, I. (1988). «On the pricing of american options». *Appl. Math Optimization*, 17, p. 37-60.
- LAMBERTON, D.; LAPEYRE, B. (1997). *Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance*. Ellipses.
- LONGSTAFF, F. A.; SCHWARTZ, E. S. (2001). «Valuing American options by simulation: A simple least-squares approach». *The Review of Financial Studies*, vol. 14, núm. 1, p. 113-147.
- MCDONALD, R.; SIEGEL, D. R. (1986). «The value of waiting to invest». *Quarterly Journal of Economics*, 101 (4), p. 707-727.
- MERTON, R. C. (1992). *Continuous-time finance*. Blackwell.
- MORENO, C.; SAMARTIN, A. (2002). «Numerical methods for real option valuations». [Preimpresión]
- WILMOTT, P. (1998). *Derivatives: The theory and practice of financial engineering*. J. Wiley-Sons.
- WILMOTT, P.; DEWYNNE, J.; HOWISON, S. (1993), *Option pricing: Mathematical models and computation*. Oxford Financial Press.

Annex

Per tal de donar una visió completa de l'activitat duta a terme pel Seminari de Finances, afegim en aquest annex un material complementari. Hi trobareu el resum i les diapositives de l'exposició de César Molinas, el resum de l'exposició de Hans Föllmer, així com les aportacions a la taula rodona «Empresa i universitat: present i futur» fetes pels participants de l'àmbit acadèmic.

César Molinas
Merrill Lynch

Resum

Tres raons principals són darrera el creixement explosiu recent dels mercats de bons corporatius. Primer, pel que fa a la demanda, el secular mercat alcista de bons ha produït rendiments molt baixos en termes històrics. Això ha posat sota pressió els inversors per augmentar el creixement de les seves carteres: per fer-ho han de prendre més risc i allunyar-se dels bons governamentals. Segon, de la banda de l'oferta, la consolidació fiscal ha comportat una reducció de la mida relativa dels mercats governamentals de bons. Tercer, també des del punt de vista de l'oferta, les mercats de bons corporatius han crescut ràpidament a mesura que les empreses han alterat la seva estructura de capital a favor del deute. Aquest canvi d'enfocament, dels bons governamentals als corporatius, ha implicat un gran canvi cultural en la comunitat d'inversors institucionals. Ha sorgit un sentit de desorientació i frustració a mesura que els bons corporatius fallaven en superar els governamentals en els darrers cinc anys.

Abstract

Three main reasons lie behind the recent explosive growth of corporate bond markets. First, on the demand side, the secular bull bond market has brought about very low yields in historical terms. This has put investors under pressure to enhance yield in their portfolios: In order to do so they have to take more risk and move away from government bonds. Second, on the supply side, fiscal consolidation has resulted in a reduction of the relative size of government bond markets. And third, also on the supply side, corporate bond markets have grown rapidly as firms have altered their capital structure in favour of debt. This change of focus, from government to corporate, has implied large cultural changes in the institutional investment community. A sense of disorientation and frustration has followed as corporate bonds have failed to outperform government in the last five years.

Contents

1. Three reasons for more credit-oriented bond markets
2. A cultural change it is: Managing interest rates and credit risks require very different skills
3. The disappointing performance of credit: Are investors being paid for the additional risk they are taking?
4. Goin' South: Voluntary and involuntary components of the migration through the ratings scale
5. Looking ahead



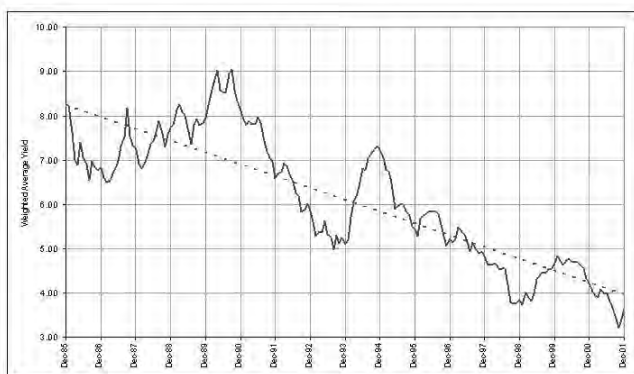
1. Three Reasons for Increased Focus on Credit Markets

1. The global bond market has been on a secular bullish trend since 1986. Average government yields have halved, now standing below 4%. This level is insufficient to meet many institutional investors' targets. These investors need higher yields and, to get them, they have to take higher risks in the corporate bond market.
2. Global fiscal consolidation (with the notable exception of Japan) has reduced the weight of government bonds in global indices. Many institutional investors are benchmarked to these indices and have had to increase their holdings of non-sovereign bonds.
3. The perceived optimal structure of corporate capital is changing. Firms all over the world, especially in the US, have been voluntarily increasing their Debt/Equity ratios. Large increases have also occurred in sectors like Telecommunications in a much more involuntary a manner.



Global Government Index Weighted Average Yield

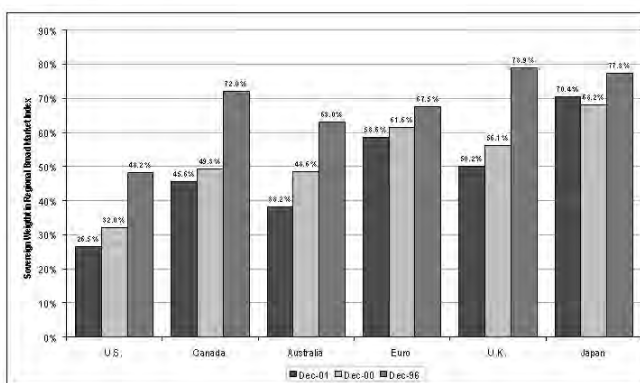
Global Yields Have Been Falling Since 1986



Merrill Lynch

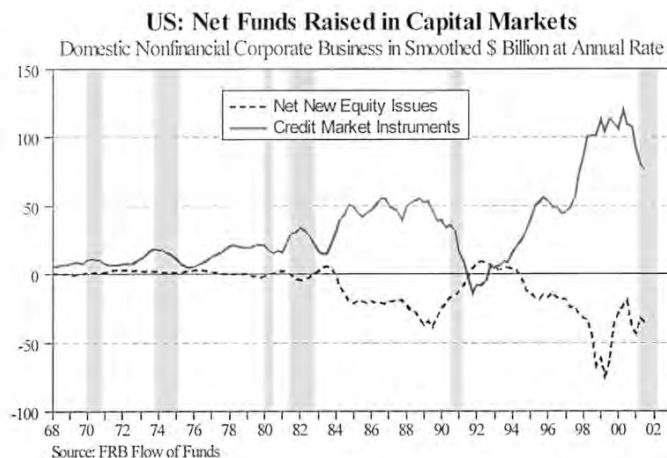
Sovereign Allocation in the Major Regional Broad Market Indices

Governments in Retreat



Merrill Lynch

Changes in the Perceived Optimal Structure of Capital



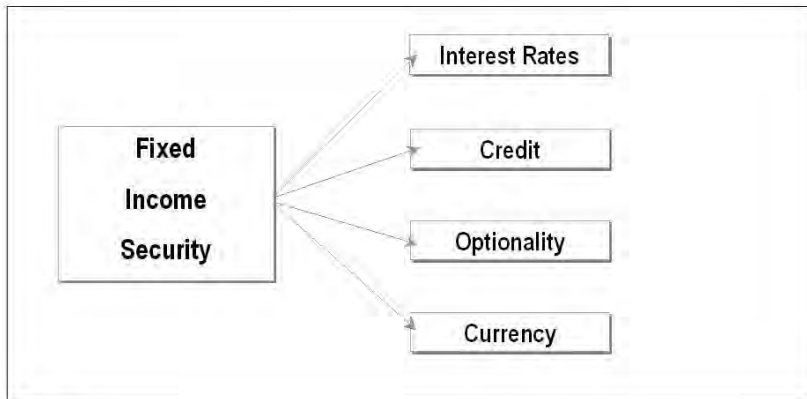
 **Merrill Lynch** 4

2. A Cultural Change It Is!

1. Banks have a century-long history of managing separately different sources of risk. This is not necessarily the case for other institutional investors where risks are managed jointly. As a consequence, interest-rate risk management in default risk-free assets has historically dominated.
2. More focus on corporate credit entails a substantial cultural change. From macro to micro, from economics and mathematics to accounting and intuition: Welcome to a new illiquid world where information is far from free!

 **Merrill Lynch** 5

A Classical Framework: Sources of Risk and Return

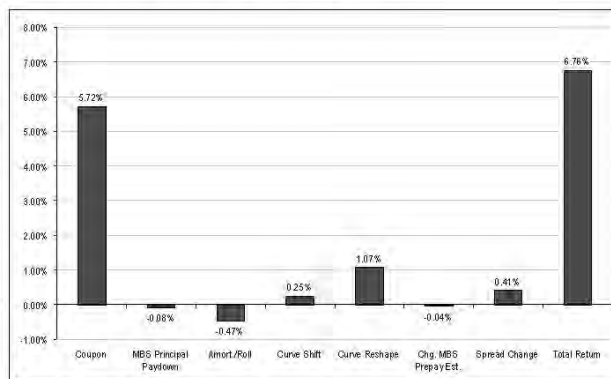


Source: Merrill Lynch



Global Broad Market Index 2001 Return Attribution (Local Currency Terms)

The Coupon Is Typically the Largest Source of Return



Source: Merrill Lynch



Sources of Return: How They Compare

Relative Contributions to Total Returns by Interest -Rate and Credit factors (100% Means Equal Contributions)

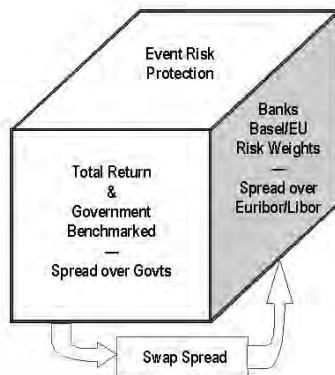
	2000			1999		
	US\$	€	£	US\$	€	£
Corporate High Grade	84%	111%	13%	1%	2%	19%
AAA	29%	63%	8%	4%	1%	11%
AA	47%	86%	15%	2%	0.2%	2%
A	75%	127%	2%	2%	5%	2%
BBB	109%	310%	68%	9%	16%	21%
Corporate High Yield*	381%	← 593% →		3%	← 112% →	
BB	241%	-	-	-	-	-
B	446%	-	-	-	-	-
C	575%	-	-	-	-	-

Source: Merrill Lynch Bond Index Almanac and own calculations. * Global Currency European Issuers Index HWPO used for € and £. Note: The relative contributions to total returns is measured as the absolute value of the ratio of the return factors "spread change" to "curve shift + curve reshape" in the Merrill Lynch Return Attribution Model. This is $100 \times \text{ABS}(\text{Spread Change} / (\text{Curve Shift} + \text{Curve Reshape}))$.

Interest-Rates

- The interest rate risk can be decomposed into:
 - Market direction (bull = lower yields; bear = higher yields)
 - Yield curve reshape (steeper, flatter)
- Main tools
 - Economics
 - Central banks watch
 - Yield curve modelling
- Not a labour intensive activity. A few strategists cover the world

Credit Analysis: Multidimensional and Fuzzy



Government & Credit Markets – Market Character

From Curve Trading	To Credit Investment	Issues
<i>Market Character</i>		
Short term trading	Holders for longer term income and value gain	Core investors - the "Noyaux Durs" Distinguish MTM holders from accruals
Precision	Fuzzy logic of spread product	Multiple relative value criteria Investor relations a strategic priority
Transparent firm pricing	Weak indicative price disclosure	Major issue for the Eurobond industry Congruence of benchmark and portfolio pricing difficult to achieve
Substitutability of risk free cash flows	More subjective valuation of corporate obligations	Limitations in risk transfer tools
Deep and liquid markets	Shallow, close held, small float	Higher volatility in stressed markets
Comparability	Concealed fundamental distinctions	Distinctions applicable both to individual instruments/issues and to holders
AAA/AA	A/BBB and High Yield	Indices for core market definition Calibration of non-rated issues and loans

Government & Credit Markets – Decision Support

From Curve Trading	To Credit Investment	Issues
<i>Decision support needs</i>		
Understanding of macroeconomics	Understanding business	Cross border dimensions Quality of accounting information
Vertical information by country	Horizontal information by industrial sector/company	Sector model through the cycle Equity market information
Data, maths and models	Information, knowledge and experience	Overlapping analytical frameworks
Currency and rate gap limits	Rating, market, sector, name and instrument limits	Diversification
"Bonds" meaning governments	Value at Risk separating rates (currency & interest) and credit	New information systems New analytical tools
Yield	Spreads: against Governments or Swaps/ EURIBOR	EMU govt benchmark Balance of bank and non-bank investors

You Want Something From Them? Look at it From Their Point of View

Fixed Income Investors – What Do They [Should They] Consider?

Liquidity

- Often wished for, rarely obtained in corporate bonds
 - Narrow Bid/Offer spreads
 - Two way market in reasonable size (●10 million)
- Just in Case . . . "Readily Realisable Without Loss"

Fundamentals

- The standard credit analysis -
- The less obvious criteria and some key questions

Risk

- Asymmetric payoff for the bond investor
- No surprises please
- Representation - a place at the table

The Liquidity Question

Aspects of The Bond Issue

Size	■ Large means Euro500m, entry point for ML and other large capitalisation bond indices. <i>MLGIS</i>
Large Issuer	■ Big borrowers seeking benchmark status by accommodating investor needs e.g. Ford, GE Capital. <i>Excel pivot table on MLGIS (par, mkt value or index %) by Ticker</i>
"Known Name"	■ Especially important with issues that are otherwise structured to appeal to retail investors. E.g. BMW UK Capital in £ for UK tax shelter accounts (PEPs)
Seniority	■ Many institutional investors have a policy of limiting or forbidding investment in subordinated issues, substantially reducing the potential investor base
Rating	■ Generally, the higher rating provides the greater liquidity, so long as the size is sufficient and the structure is not unusual. <i>MLGIS provides Bloomberg composite rating</i>
Maturity	■ Shorter rather than longer for liquidity. <i>MLGIS provides maturity and duration data</i>
Structure	■ Conventional always preferable to structures with unusual features
Lead Manager Market Maker	■ Check the names of the Lead Managers. Look for a major market maker as Lead or member of a joint launched deal. <i>See Bloomberg DES page for the bond</i>



The Liquidity Question

Rule Systems

Eligible for General Collateral at the European Central Bank	■ Issues will tend to be more liquid generally if they can be used specifically by EMU banks to raise funds through repo with the European System of Central Banks (ESCB). The rules and the current list of "eligible assets" may be found on www.ecb.int
Bank Regulation – Risk Weights	■ Issues which fall into the preferred habitat of banks (up to 5 years then decreasing with maturity) will tend to have higher liquidity if they have low risk weights on either the Banking Book or the Trading Book. These rules are currently subject to revision proposals issued by the Basel committee in January 2001. See www.bis.org . (<i>ML research available</i>)
Investor Tax Treatment	■ Historically, advantageous tax treatment for investors has been a major driver of liquidity. (Particularly where income could be converted into capital gains taxed at lower rates e.g. preference for low coupon bonds issued at a discount). This tended to be a one sided kind of liquidity – plenty of bids, very few offers – yet satisfying the Hicksian definition: "Ready realisable without loss".
EU Mutual Fund Criteria (UCITS, OPCVMs etc)	■ Issues which meet the qualifying criteria for the EU model of mutual funds for retail investors (EU Council Directive 85/611/EEC + amendments)



Some Fundamental Questions

Everything Raised in the Rating Discussion and . . .

Would you buy the Equity?

- If the answer is "No" on fundamental grounds, think hard about "Why?". Corporate bond investing requires a longer-term view than investing in Government paper: the transaction costs are greater. If the issuer is of doubtful value as a long-term equity investment, the reasons are more than likely to be relevant to assessment of the long-term credit quality. There are exceptions: some natural monopoly utilities for example. Read equity research: it tends to be written by teams that spend all their time following a particular sector. Most of a fundamental equity research report should cover matters of direct relevance to the bondholder.

What do you make of the People?

- Ask three questions about each of the key managers of the issuer:
 - 1. Can they do the job?
 - 2. Will they do the job?
 - 3. What are they like?

The Bottom Line

- Just as you would ask your friend who wants you to invest in her business: . . .
 - 1. Why will the market continue to want the issuer's products and services?
 - 2. Why should the market buy from the issuer rather than a competitor?
 - 3. Why can the issuer expect to make money in the future from its current business?
- Ask all of these questions about the issuer's plans for new businesses.

Some Fundamental Questions

Investor Relations & Disclosure

- On which stock exchanges is the issuer listed?
- How often does it publish results?
- Has the issuer adopted International or US Generally Accepted Accounting Principles?
- **How seriously does the company take both equity and debt investor relations?**

- *The basis of credit analysis is information*
- *Issuers can only get the best out of international capital markets by playing an open and transparent game. Debt investors necessarily have an information gap compared to the private relationship with a banker. Issuers that do not seek to fill some of that gap should properly be charged more for their capital.*
- *A wise credit investor will presume, until rebutted, that a manager of a company that does not maintain good standards of investor relations and disclosure is a weaker manager than one who does.*
- **Underweight weak management!**

Some Fundamental Questions

Contexts

Sector & Regional Drivers

- The government bond investor properly concentrates on vertical information by country. The credit investor must look at horizontal sector information across national boundaries, both in regions and globally.

Other Issuers - Comparatives

- Other Issues
 - in the same sector
 - in the same rating and maturity segment
 - in different currencies

The Borrowing Company in the Group Context

- Cash Flow Pipework
 - As the number of international issuers rises, in Euro in particular, pay careful attention to those aspects of credit analysis that involve how cash is moved around the corporate structure. Consolidated cashflow may look great, but it is no use to a bondholder if the issuer cannot move the cash across the necessary national or corporate borders to pay the debt holders.
- Covenants in this issue and the other issues - *now tracked by proprietary information systems that can detect differences . . .*



3. The Disappointing Performance of Credit

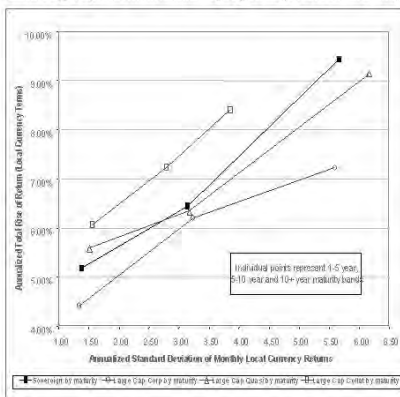
1. Historically, total returns of corporate bonds have amounted on average, to the coupon. This resulted in positive excess returns relative to duration-matched sovereigns thus rewarding the additional risk taken by investors by holding credit risk.
2. However, in the period 1997-2000 corporate bonds underperformed sovereigns. Their risk-return profiles were worst among investment grade broad asset categories. In 2001 excess returns were positive but insufficient to change 5-year trends.
3. This underperformance occurred in spite of increasing demand for credit risk exposure, thus leading to frustration among many investors.



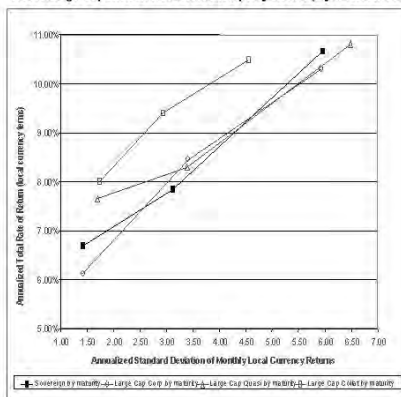
Credit Risk: Are You Being Properly Paid?

- Risk-Return profiles of Corporate and Quasi-Gov. Bonds have been worse than Government's.

Global Large Cap Risk Return Relationships by Sector (4 Years Ended Dec-00)



Global Large Cap Risk Return Relationships by Sector (5 yrs ended Dec-01)



 **Merrill Lynch** 20

4. Goin' South

1. Ratings downgrades have largely exceeded upgrades in the last years: In investment grade, downgrades exceeded upgrades by 56% in 2000 and by 77% in 2001. In the high yield universe, the deterioration was milder in 2000 as downgrades exceeded upgrades by just 20%, but much worse in 2001 when downgrades exceeded upgrades by 380%.
2. It is quite likely that in 2000 the voluntary component of the migration to lower credit quality was still dominant in spite of involuntary credit deterioration in some sectors such as Telecommunications. In 2001 the global economic slowdown and equity market corrections have been the main propellers of a largely involuntary reduction of credit quality.
3. Remarkably enough the US\$ market has experienced the largest absolute number of defaults but its performance in the investment grade universe has been quite similar to other major markets.

 **Merrill Lynch** 21

Is Credit Deterioration Market Specific?

2000 Global Rating Transition Recap

Start Rating	# Notches Downgraded							Unch	# Notches Upgraded							Grand	
	Default	>5	-5	-4	-3	-2	-1		Total	Total	1	2	3	4	5		>6
By Currency:																	
AUD					1	4	12	17	160	4	1					6	173
CAD		1			1	3	6	73	521	34	1				3	38	632
EUR	3		5	4	0	22	125	170	1,054	79	1	1	1	1	1	84	1,308
GBP				6	3	14	59	82	354	45	2				3	48	484
JPY				2	5	5	48	60	1,043	13	55					70	1,173
USD	75	17	38	51	38	175	520	914	4,440	532	88	34	6	7	45	652	6,006

Source: Merrill Lynch

This is 13%
of total

This is 15%
of total

This is 17%
of total

 **Merrill Lynch** 

Is Credit Deterioration Market Specific?

2001 Global Rating Transition Recap

Start Rating	# Notches Downgraded							Unch Total	# Notches Upgraded							Grand Total
	Default	>5	-5	-4	-3	-2	-1		1	2	3	4	5	>6	Total	
By Currency:																
AUD						4	14	18	157	4	2			1	7	182
CAD					3	20	129	152	500	14	1			1	16	658
EUR	19	14	2	1	23	47	130	236	1,180	40	6			1	47	1,463
GBP	2	7		1	7	20	56	93	413	32	8				40	546
JPY					9	38		47	1,128	6					5	1,181
USD	138	69	39	27	108	245	624	1,260	4,408	387	65	5	4	12	496	6,154

Source: Merrill Lynch

This is 16%
of total

This is 20%
of total

This is 17%
of total

 **Merrill Lynch** 

How Is Event Risk Distributed?

2000 Rating Transition Summary - Global Corporate Markets

Start Rating	Default	# Notches Downgraded							Unch	# Notches Upgraded						Grand Total
		>5	5	4	3	2	1	Total		1	2	3	4	5	>5	
AAA			4	19	1			25	736							761
AA1				8	1	13	82	104	294							399
AA2				4	7	16	66	93	461							558
AA3						14	2	116	132	888						1,063
A1					2	24	186	212	895	87						1,196
A2				10	3	1	20	77	111	974	98			5		1,188
A3						4	25	64	93	622	131		3			1,377
BBB1	3	8		3	2	35	61	112	513	31	8		1	2	8	51
BBB2			14	3	3	4	49	73	488	43	63		5			616
BBB3	11	3	1	9	4	4	12	43	593	83	25		2	1	1	715
Investment Grade	14	11	29	49	39	144	713	990	6,336	495	101		17	7	4	633
B1			3	7	3	4	10	11	38	131	12					25
B2			4	1	2	6	7	12	32	154	49		3	5		57
B3			3		4	1	2	8	14	32	97		4	1		26
B1			1		7	1	2	30	41	142	25		1			27
B2			3	3			3	8	16	33	263		36			43
B3					1	3		42	19	82	289		45			80
CCC1			7					12	20	61	12					13
CCC2			19		2		3	5	12	29	76		10			13
CCC1			5						6	4			1			1
CCC2			3						3	9						12
C1			1						1							1
C2			1						1							1
Below Inv Grade	64	7	14	16	21	82	114	310	1,226	210	18		18		2	265
Grand Total	75	10	43	64	60	226	1,216	7,562	705	119	35		4	11	10	1,809

The ratings transition table compares the composite rating of each security in the Index at the beginning and end of year. For bonds that were not in the Index for the full year, the comparison is based on the bond's rating at point of entry into or exit from the Index. The Global Corporate Bond table is a composite of all securities included in the Global Broad Market Corporate Index (GBCI) and the Global High Yield Index (HHI).

Merrill Lynch

How Is Event Risk Distributed?

2001 Rating Transition Summary - Global Corporate Markets

Start Rating	Default	# Notches Downgraded							Unch	# Notches Upgraded						Grand Total
		>5	5	4	3	2	1	Total		1	2	3	4	5	>5	
AAA			5	5	4	3	21	38	724							732
AA1				1	11	23	66	101	347							194
AA2					5	11	55	71	1,000							1,071
AA3																
A1			10	1	2	5	17	98	133	844	92					1,074
A2			7		6	14	110	275	412	936	29		6			1,383
A3					3	9	41	146	199	813	5				10	1,031
BBB1	13	3	1		2	19	77	115	624	34	4					784
BBB2	2	2			1	8	47	60	612	78	9		3			702
BBB3					1	25	15	22	63	589	56				2	711
Investment Grade	15	22	7	18	76	295	1,007	1,680	6,745	376	49		4		7	4,480
B1			2	6	1	1	35	46	182	27						24
B2			6			9	7	24	46	107	14					16
B3			6	3		1	8	28	46	109	10		2			17
B1			3	10		3		22	44	122	18					23
B2			11	30	12		29	10	23	115	197				11	31
B3			52	7	11	5		48	32	155	181				5	21
CCC1			14	7		2	13	19	35	51	4					6
CCC2			37	3	5		12	10	1	67	76					15
CCC1			14						15	7						22
CCC2			6						6	7						13
C1			1						1							1
C2																
Below Inv Grade	144	60	34	11	65	90	184	596	1,041	107	23		1	4	5	1,784
Grand Total	159	90	41	29	141	345	991	1,786	7,036	483	72		5	4	12	612

The ratings transition table compares the composite rating of each security in the Index at the beginning and end of year. For bonds that were not in the Index for the full year, the comparison is based on the bond's rating at point of entry into or exit from the Index. The Global Corporate Bond table is a composite of all securities included in the Global Broad Market Corporate Index (GBCI) and the Global High Yield Index (HHI).

Merrill Lynch

5. Looking Ahead

1. On the one hand deterioration of credit quality in the investment grade universe is likely to slow down in 2002 as corporations dig in their heels to avoid losing their investment grade status. An economic recovery should also help both IG and BIG credit outlook.
2. But, on the other hand, many doubts arise regarding the proper pricing of current credit quality as reflected in current credit spreads. These still look tight in light of the huge transfer of risk from shareholders to bondholders that has taken place in the last ten years. In particular the corporate bond market looks particularly vulnerable to falling stock market prices.



Summary of 2000, 2001 Ratings Transitions

Downgradings in the IG world should decelerate as firms dig in their heels at BBB.

Percentage of Bonds Downgraded in 2001, 2002

	Global		US		Europe	
	2000	2001	2000	2001	2000	2001
AAA	3%	1%	7%	1%	1%	0%
AA	17%	11%	21%	16%	23%	11%
A	13%	15%	13%	22%	11%	23%
BBB	11%	7%	13%	11%	11%	10%
Total IG	13%	14%	14%	16%	13%	13%
BB	17%	23%	18%	23%	0%	29%
B	16%	35%	16%	33%	15%	51%
<B	20%	48%	26%	47%	21%	64%
Total BIG	18%	33%	18%	32%	14%	49%

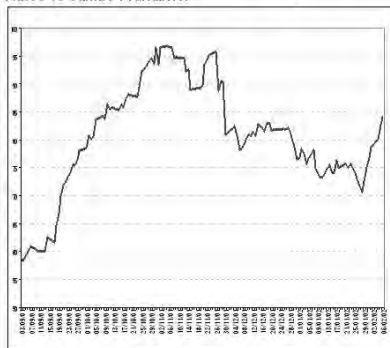
Source: Merrill Lynch Global Index System



Watch the Tightening of Credit Spreads

Credit spreads are still wider than pre-11 September levels.

EUR Non-Financial Ex. Telecom, Technology and Autos vs Jumbo Pfandbrief



Source: M. Bloomberg

USD Non-Fin Ex. Telecom, Technology and Autos vs AAA US Agency Master



Financial risk and the role of mathematics: some recent developments beyond Black-Scholes

Hans Föllmer
Humboldt Universität

Resum

La idea de Black-Merton-Scholes de valorar derivats en termes del cost d'una cobertura perfecta, sense cap referència a les preferències envers el risc, ha portat a un dràstic creixement de la sofisticació matemàtica en les finances, a la vegada en l'àmbit acadèmic i en la indústria financera. Però el seu abast es limita a un context molt idealitzat de model de mercat financer «complet». En realitat, els mercats financers són molt «incomplets»: els derivats no poden ser perfectament coberts per una estratègia de cartera dinàmica, comporten un risc intrínsec, i les preferències respecte al risc són importants. Discutirem alguns avenços recents en la clarificació de l'estructura de les estratègies eficients de cobertura en aquests models incomplets. Això comporta, en particular, el problema de quantificar, de forma constant, el risc inferior del risc financer.

Abstract

The Black-Merton-Scholes idea of pricing derivatives in terms of the cost of a perfect hedge, without any reference to preferences towards risk, has led to a drastic increase of mathematical sophistication in Finance, both in Academia and in the financial industry. But its scope is limited to the highly idealized context of a «complete» financial market model. In reality, financial markets are highly «incomplete»: derivatives cannot be perfectly hedged by a dynamical portfolio strategy, they carry an intrinsic risk, and preferences towards risk do matter. We discuss some recent advances in clarifying the structure of efficient hedging strategies in such incomplete models. This involves, in particular, the problem of quantifying in a consistent manner the downside risk of a financial risk.

Taula rodona:

Empresa i universitat: present i futur

El Seminari de Finances de Barcelona, al llarg del curs 2001-2002, ha estat un fòrum de debat entre professionals i acadèmics al voltant dels temes més actuals de les finances quantitatives. Després d'aquesta experiència, volem reflexionar sobre el present i el futur d'aquest diàleg entre les empreses i les universitats catalanes. Aquestes primeres idees meves només pretenen provocar els comentaris dels nostres il·lustres convidats.

La universitat catalana ha tingut els darrers cinquanta anys un creixement fenomenal que ha portat a multiplicar el nombre de professors i estudiants per un factor de vint. Aquest creixement s'ha aturat completament. Avui el creixement és zero i previsiblement ho seguirà sent els propers deu anys. Encertar el rumb que cal prendre en aquest moment pot ser essencial per al futur del país. Recordem simplement que les universitats han estat al llarg de la història, a tot el món, motors del desenvolupament cultural i tecnològic.

Un punt on la situació universitària canvia aquí radicalment és en el tercer cicle. Els estudis de doctorat havien adquirit un desenvolupament important per a la necessitat de cobrir la demanda creixent de professorat. La demanda va provocar l'oferta i es va crear un entramat de recerca que va donar els seus fruits. En el present, el sistema necessita una reordenació urgent. Tenim avui els millors estudiants a mig formar, els enviem a l'estranger o al mercat laboral sense distingir-los dels altres ni preparar-los. Tenim una capacitat de dirigir recerca sense uns objectius clars i precisos.

L'administració ha plantejat algun camí. La primera resposta és que els estudiants vagin a l'estranger a estudiar qualsevol cosa per tornar de forma precària. La segona és la internacionalització dels programes de doctorat: seguir fent el que fem, però ara parlant en anglès. L'objectiu és preparar professors per a altres països, subvencionant amb beques estudiants estrangers, i abandonant la formació del capital humà propi. Ens deixem portar pels interessos d'integració europea, però no invertim en formació. Personalment ho trobo insuficient. No hi ha altres possibilitats? És aquesta la millor?

Els països més avançats utilitzen els doctors en el món empresarial. Preparar els estudiants en aquest sentit aquí sembla llunyà, perquè necessita canvis importants. La recerca comporta

especialització i el coneixement està fragmentat. L'aplicabilitat neix de la col·laboració entre diferents especialistes, i entre aquests i les empreses. Sembla, però, que deixem aquest camí a països més rics que el nostre. És aquesta, una bona idea?

La pressió per treballar en una ciència global és molt forta. L'avaluació de la qualitat de la recerca es fa d'acord amb les publicacions en revistes estrangeres, dirigides per interessos científics i industrials molt potents. No ens enganyem, la ciència és avui també dintre l'engranatge comercial, perquè produeix grans beneficis. Contribuir al coneixement mundial està molt bé, però és molt car si no es rendibilitza. Sobretot quan després hem de comprar a l'estranger els productes desenvolupats, en part també amb la nostra contribució desinteressada o ingènua. Podem aprofitar els avenços produïts en recerca i en formació per al propi interès? Té valor la recerca pel nostre propi país?

Reformar els estudis de tercer cicle a més de necessari és senzill. A diferència de la resta de l'ensenyament, aquest segment és molt obert. Potser amb l'ajuda del sector privat es podria fer alguna cosa. Ara bé, les grans empreses espanyoles tenen majoritàriament la seu central a Madrid, només cal repassar les empreses de l'Ibex, i els beneficis de la recerca només els pot recollir qui fa una inversió important. La concentració augmenta, tot i que en el sector financer tenim encara empreses importants que necessiten gent preparada i avenços tecnològics. Podríem entre tots aprofitar la intel·ligència dels joves i el coneixement dels més grans?

Manuel Castellet
Institut d'Estudis Catalans

La relació empresa-universitat ha passat en els darrers vint-i-cinc anys en el nostre país per tres fases prou ben diferenciades:

— El desconeixement mutu, tot i compartir el mateix espai vital, de la dècada dels setanta.

— Un cert festeig: tu m'agrades, jo t'agrado; tu m'interesses, jo t'interesso; jo et puc oferir, tu què m'ofereixes?

— Una relació d'exigència mútua: tu dóna'm —professionals formats en un cas, diners en l'altre—, jo ja veuré què et dono.

És com una mena de relació de parella, que quan no funciona —i la relació empresa-universitat, a parer meu, no funciona bé— o bé és que l'un no està fet per l'altre —i aquest no pot ésser el nostre cas, ja que tant l'empresa com la universitat són elements que emanen de la mateixa societat—, o bé és que cap dels dos no posa els mecanismes indispensables perquè la relació funcioni, i aquest crec que és el cas que ens ocupa.

A Catalunya venim d'una estructura empresarial i industrial forta, que obviava la universitat (com, de fet, s'ha esdevingut a totes les regions europees industrialment i empresarialment desenvolupades), cosa que es reflectia als anys setanta en uns percentatges relativament baixos d'estudiants universitaris si fem la comparació amb altres regions amb una societat més de serveis. En pocs anys hem passat a una estructura que exigeix a la universitat uns llicenciats o enginyers professionalment ben preparats.

Mentrestant la universitat ha passat d'uns estudis generalistes a uns de molt especialitzats, en contradicció amb la ja tan usada expressió que «estem en un món canviant, que exigeix gent formada capaç de moure's d'un àmbit a un altre, etc.».

L'empresa, amb objectius a curt termini, vol que la universitat li prepari uns llicenciats o enginyers a mida, i la universitat segueix preparant uns llicenciats o enginyers a la seva pròpia mida; massa vegades a la mida dels interessos de determinats departaments o fins i tot professors. Ambdós, empresa i universitat, ens enganyem uns als altres i ens enganyem a nosaltres mateixos. Així no hi pot haver una relació estable de parella.

Cal, sens dubte, que la universitat s'obri, conegui el món empresarial i industrial, pensi que

un elevat percentatge dels seus llicenciats i enginyers acabaran en el mercat de treball no funcional. Però la universitat, al mateix temps, no ha de caure en un servilisme (mogut exclusivament pels possibles diners) que afavoreixi els estudis professionalitzats per damunt dels essencialment formatius. Perquè l'objectiu primer de la universitat ha d'ésser l'alta formació, la preparació d'uns homes i dones capaços de raonar, d'analitzar, d'ésser crítics, de saber destriar allò essencial en cada situació... I això en tots els àmbits de la seva actuació humana; en particular, doncs, en les seves futures activitats professionals.

Però, al mateix temps, cal que l'empresa entengui que allò que li interessa són homes i dones altament formats en la seva globalitat, perquè una formació insuficient és difícil de recuperar mentre que una mancança de coneixements professionals específics es pot compensar. L'empresa, amb visió a mig i llarg termini, no hauria de desitjar uns llicenciats o enginyers a mida, perquè potser li serviran ara, però no demà.

Aquestes reflexions afecten essencialment en l'àmbit de llicenciatura o d'enginyeria. Però, què passa després? Com establim la relació íntima empresa-universitat, la veritable i estable relació de parella? Mestratges i doctorats capaços d'assolir un alt nivell científic o tecnològic, però al mateix temps adequats a la capacitat per a l'exercici d'una activitat del món empresarial o industrial competitiva. La universitat ha d'ésser conscient que només una part petita dels seus doctors es dedicaran a la recerca i, consegüentment, ha d'ésser generosa en l'establiment d'uns currículums i d'uns temes de recerca no pensats endogàmicament. Paral·lelament, l'empresa ha d'ésser conscient que un doctor ha passat ja un filtre superior de selecció i que, per tant, li podrà donar un rendiment superior i, amb aquesta visió, ha d'ésser generosa en la inversió de capital per assolir aquests objectius.

L'obertura de les universitats al món empresarial i industrial és un fenomen inevitable que comporta moltes dificultats. En línies generals es poden distingir dos aspectes de la relació universitat-empresa:

— La formació de professionals d'alt nivell científic o tecnològic per part de les universitats, que puguin trobar un lloc adequat en el món empresarial. Aquí ens podríem fer algunes preguntes decisives, com per exemple: Cal tenir en compte les necessitats del món empresarial a l'hora de dissenyar currículums i plans d'estudi? En la formació donada per la universitat, cal insistir més en els aspectes genèrics com la capacitat de raonar i analitzar que en els aspectes més tècnics? En aquest aspecte formatiu té una gran importància el paper que han de jugar el tercer cicle i els mestratges. Cal orientar-los cap a una formació de caire no acadèmic?

— La recerca que es fa a la universitat té en general un aspecte fonamentalment acadèmic. Es tracta de publicar el nombre més gran possible d'articles en revistes, que en general són molt especialitzades. La pregunta bàsica aquí seria: Com es pot fer compatible aquest aspecte de la recerca que es fa a les universitats amb les necessitats del món industrial i empresarial?

En el cas de les matemàtiques, la relació universitat-empresa té determinades característiques específiques que cal tenir en compte. En primer lloc, cal dir que els matemàtics tenen unes qualitats que els distingeixen d'altres científics. Podríem esmentar, per exemple, la capacitat d'abstracció, el pensament analític i l'habilitat per a desenvolupar models i per a formular i resoldre problemes. Un segon aspecte és l'amplitud i diversitat de les aplicacions de les matemàtiques a la indústria. A títol d'exemple es poden citar la utilització de la teoria de nombres en criptografia i les equacions diferencials en derivades parcials en la predicció del temps. Actualment, és un fet comú que els llicenciats en matemàtiques busquin i trobin feina en el món no acadèmic. Fa 25 anys la sortida professional natural del matemàtic era l'ensenyament. Aquesta situació ha canviat dràsticament i ha portat a les universitats, i concretament a les facultats i departaments de matemàtiques a interessar-se pel món no acadèmic.

Dins aquest panorama general voldria analitzar el cas de les finances quantitatives que ha estat el tema de debat del Seminari de Finances de Barcelona. Aquest és un tema on, a escala

mundial, s'ha produït una relació molt íntima i enriquidora entre el món acadèmic i el món empresarial. Les ofertes de treball adreçades a matemàtics i físics són nombroses i les universitats s'han hagut d'acomodar al desenvolupament exponencial d'aquesta àrea temàtica on conflueixen economistes i matemàtics. Voldria també indicar que molts probabilistes especialitzats en anàlisi estocàstica han orientat la seva recerca cap a temes de finances. En aquest sentit, cal dir que el nombre de publicacions especialitzades en matemàtiques financeres ha crescut de manera espectacular en els darrers deu anys.

A Catalunya la situació es pot considerar d'incipient en comparació amb altres països. Una de les necessitats més urgents és la preparació de professionals qualificats en finances. Si és cert que ja existeixen alguns cursos de mestratge, hi ha una mancança d'estudis de tercer cicle que podrien donar una formació de més alt nivell.

